

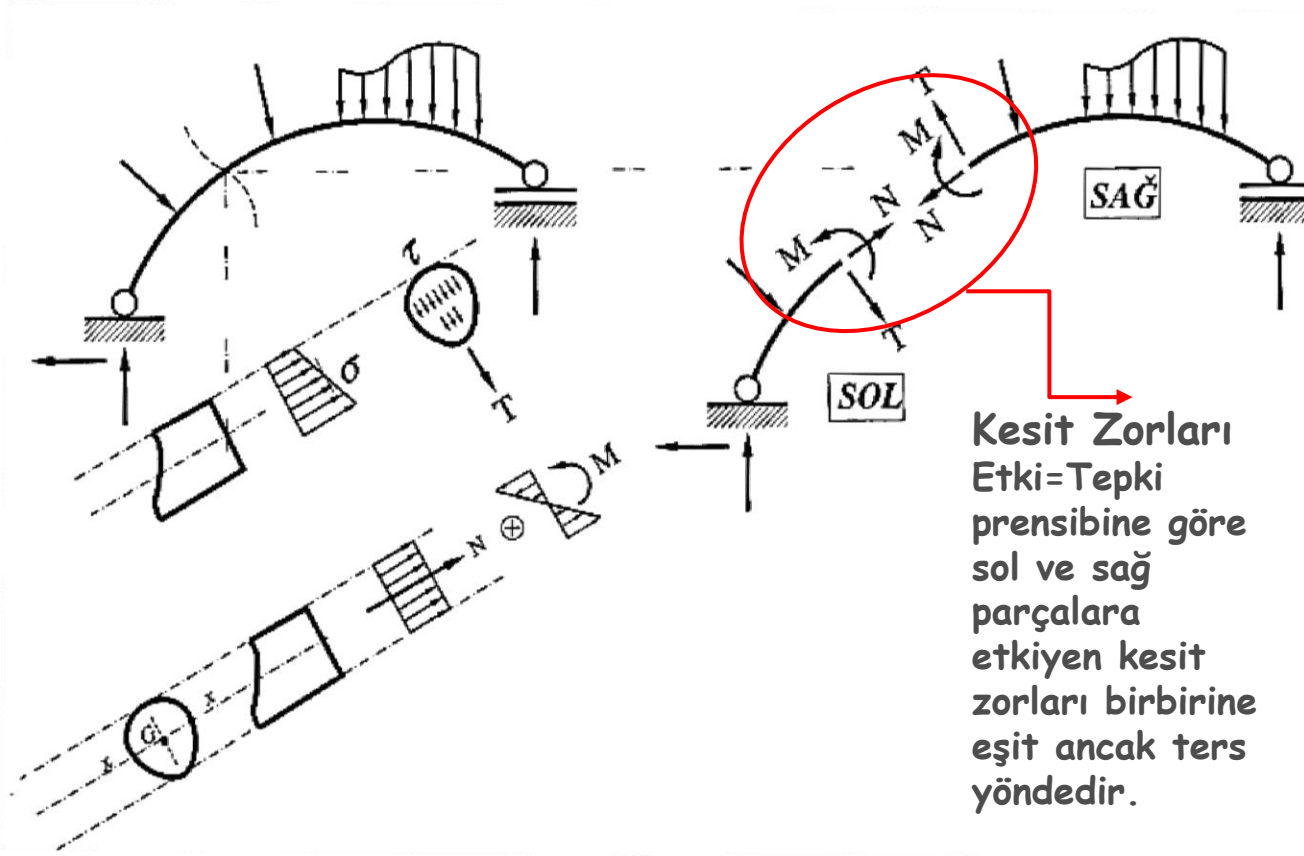
# **YAPI STATİĞİ 1**

## **DERS NOTLARI 3**

Prof. Dr. Cengiz Dünder

# Kesit Zorları

Bir yapı sisteminde dış etkilerden oluşan iç kuvvet bileşenlerine **kesit zorları** (kesit tesirleri, iç kuvvetler) denilmektedir.



**Kesit Zorları**  
Etki=Tepki  
prensibine göre  
sol ve sağ  
parçalara  
etkiyen kesit  
zorları birbirine  
eşit ancak ters  
yöndedir.

Yükler ve bunlardan dolayı oluşan mesnet tepkileri altında dengede olan bir sistem, herhangi bir noktasından kesilip iki parçaya ayrıldığında; her bir parçanın diğerine etkittiği gerilmelerin bileşkeleri, **kesit zorları** olarak tanımlanmaktadır.

Düzlemsel sistemlerde 3 adet kesit zoru meydana gelmektedir:

Normal Kuvvet (N): Kesitteki normal gerilmelerin ( $\sigma$ ) toplamıdır.

Pozitif yönü çekme doğrultusudur.

Kesme Kuvveti (T): Kesitteki kayma gerilmelerinin ( $\tau$ ) toplamıdır.

Kesme kuvvetlerinin kesiti saat akrebi yönünde çevirdiği durumda yönün pozitif olduğu kabul edilir.

Eğilme Momenti (M): Kesite etkiyen normal gerilmelerin kesit Ağırlık Merkezinden geçen eksen ve sistem düzlemine dik olan eksene göre statik momentlerinin toplamıdır.

Eğilme momentleri, çubuğun bakış yönü tarafındaki liflerde uzama (çekme), üstündeki liflerde kısalma (basınç) meydana getiriyor ise değeri pozitif kabul edilmektedir.

## Pozitif Yönler ve Bakış Yönü

Pozitif yönleri belirlemek için öncelikle kesitte bir bakış yönü belirlenmelidir. Seçilen bakış yönü dikkate alınarak kesitte pozitif yönler tayin edilmektedir.

$N(+)$  ← ————— →  $N(+)$

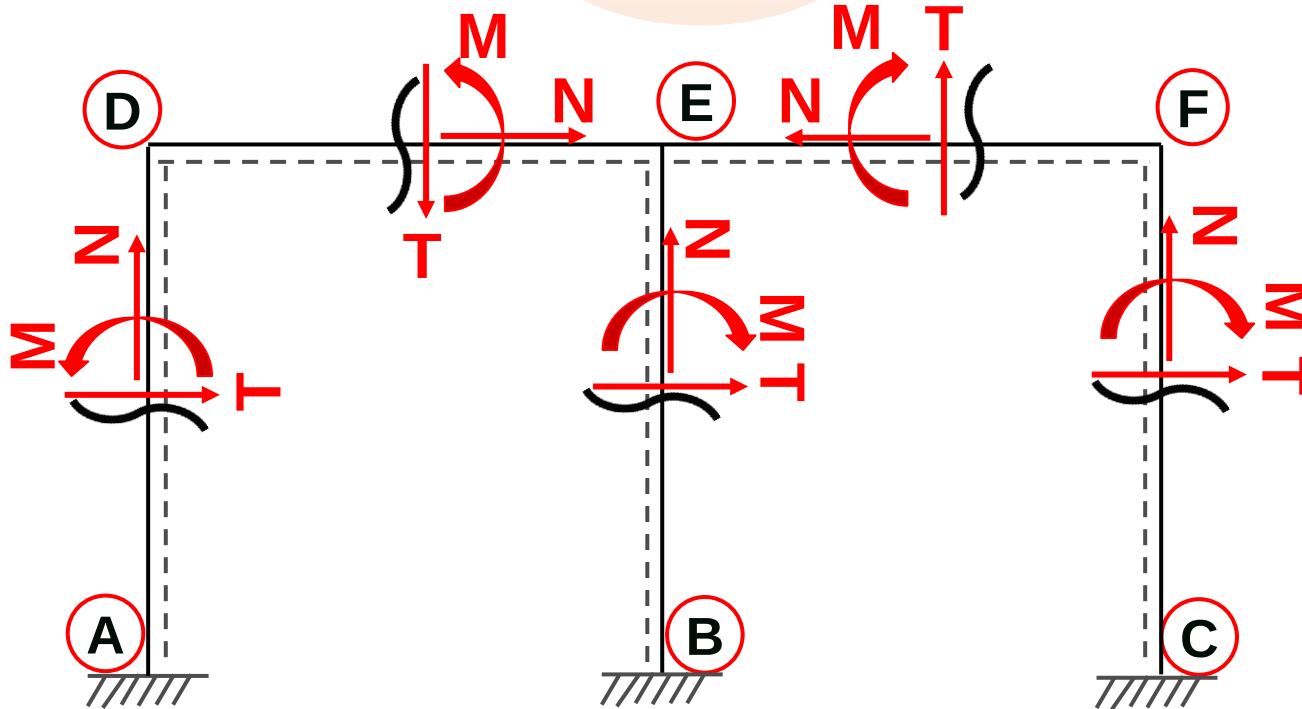
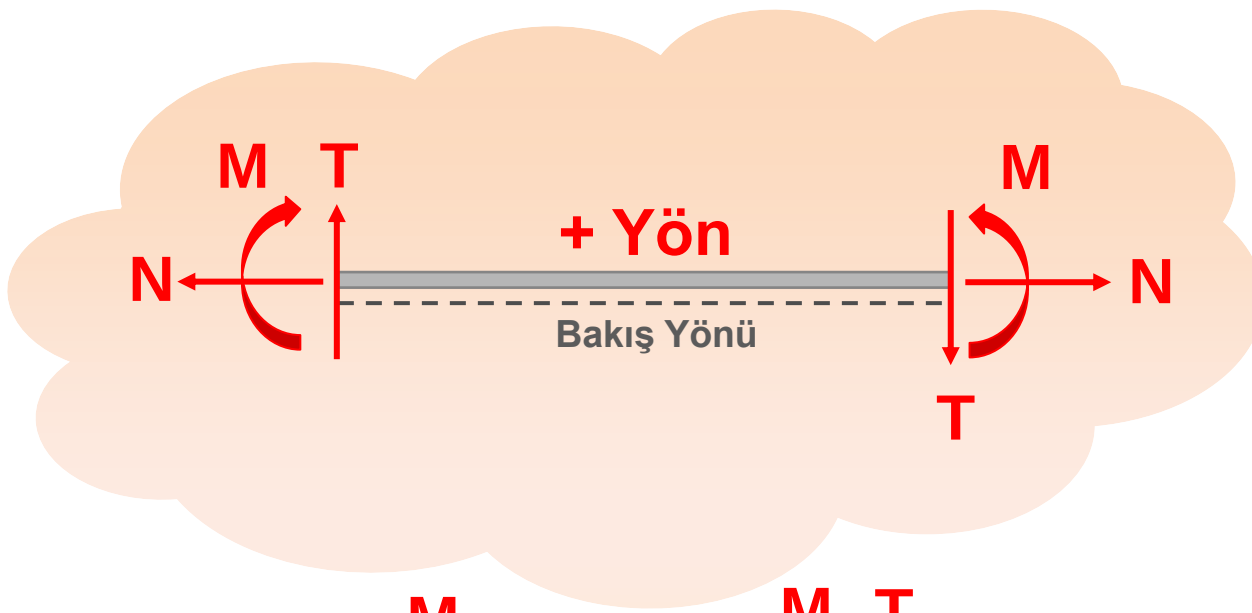
$T(+)$   
↑ ————— ↓  
 $T(+)$

$M(+)$   $M(+)$   
Kısalma  
Uzama  
↑  
Bakış Yönü

Bakış Yönü  
↓  
Uzama  
Kısalma  
 $M(+)$   $M(+)$

$M(-)$   $M(-)$   
Uzama  
Kısalma  
↑  
Bakış Yönü

Bakış Yönü  
↓  
 $M(-)$   $M(-)$   
Kısalma  
Uzama



Böyle bir sistemde kesit tesirlerinin hesabı için 5 farklı çubukta 5 farklı kesim yapılmalıdır.

Bakış yönleri de dikkate alınarak + yön kabulü uygulanarak denge denklemleri ile çözüme gidilir.

# Kesit Tesirlerinin Hesabı

Kesit tesirlerinin hesabında izlenecek yol :

## 1.YOL

- ✓ Bakış yönü seçilir.
- ✓ Mesnet tepkileri sistem üzerinde yazılacak olan denge denklemleri vasıtasıyla hesaplanır.
- ✓ Sistemde yer alan çubuklarda kesimler yapılır ve bakış yönüne göre oluşması beklenen iç kuvvetler işaretlenir.
- ✓ Yapılan her kesim için elemana ait denge denklemleri yazılarak tüm çubuklar için ayrı ayrı kesit tesiri değerleri ( $N$ ,  $T$ ,  $M$ ) belirlenir.

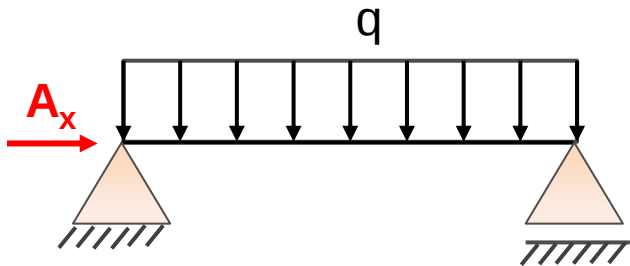
## 2.YOL

- ✓ Sistem bir  $m$  kesitinden kesilip iki parçaya ayrıldığında her bir parçanın dengede olabilmesi için sağ parçaya etkiyen kuvvetlere eşdeğer kesit zorlarının sol parçaya, sol parçaya etkiyen kuvvetlere eşdeğer kesit zorlarının sağ parçaya etkitilmesi gerekmektedir.

- ✓ Sol parçaya aktarılan kesit zorları, sağ parçaya etkiyen dış kuvvetlerin kesit zorlarının pozitif yönleri üzerindeki izdüşümüdür.
- ✓ Sağ parçaya aktarılan kesit zorları, sol parçaya etkiyen dış kuvvetlerin kesit zorlarının pozitif yönleri üzerindeki izdüşümüdür.
- ✓ Bu durumda, kesim ile iki parçaya ayrılmış bir sistemde pozitif kesit zorları, hesap yapılacak olan parçada değil, diğer parçadaki kesit üzerinde gösterilir.
- ✓ Hesapta kullanılan parçaya etkiyen kuvvetler ve momentler diğer parçanın pozitif kesit zorları ile aynı yönde ise pozitif, farklı yönde ise negatif işaretli olarak dikkate alınır.

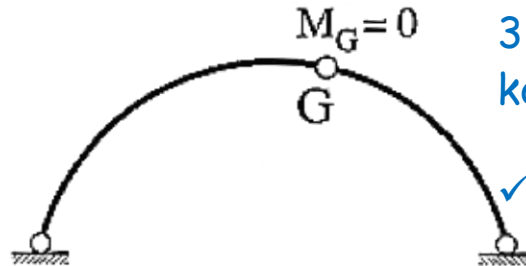
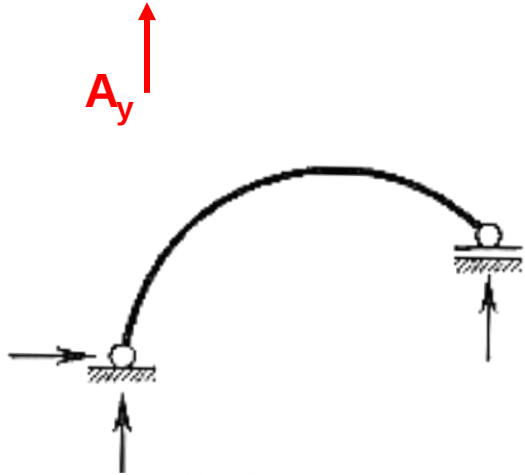
# İzostatik ve Hiperstatik Sistemler

- ❖ **İzostatik Sistemler:** Kesit tesirleri ve mesnet reaksiyonları denge denklemleri yardımıyla hesaplanabilen sistemlerdir.



3 bilinmeyen  
3 denge denklemi

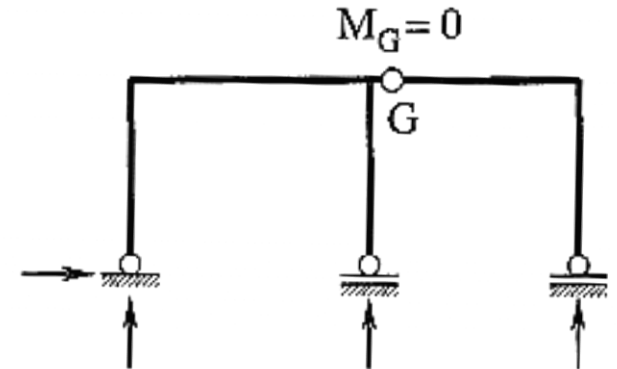
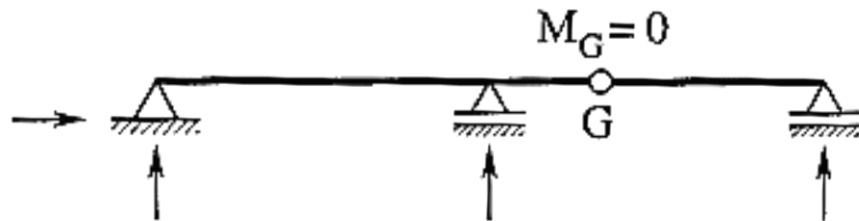
✓ Sistem izostatiktir.



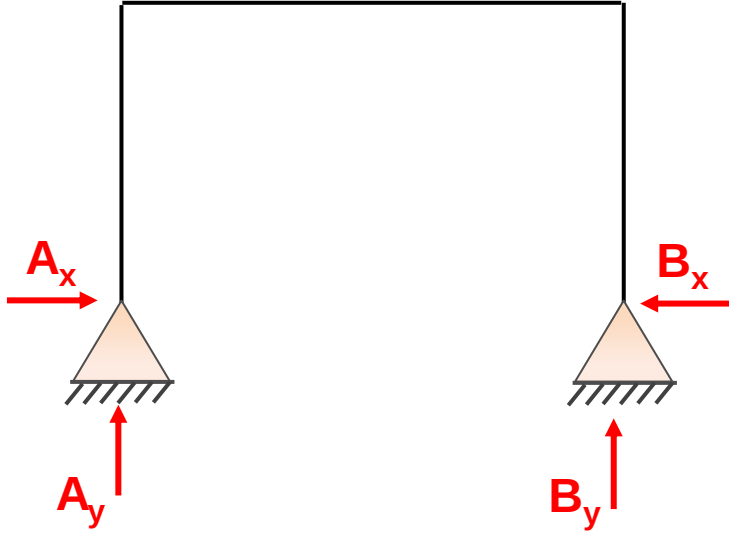
4 bilinmeyen

3 denge denklemi + 1 mafsalsal  
koşulu = 4

✓ Sistem izostatiktir.



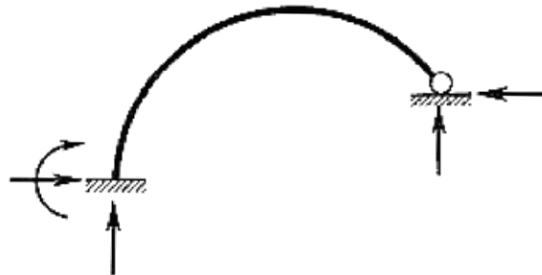
- ❖ **Hiperstatik Sistemler:** Kesit tesirleri ve mesnet reaksiyonları yalnızca denge denklemleri yardımıyla hesaplanamayan çözüm için bazı ek uygunluk şartlarına gereksinim duyulan sistemlerdir.



4 bilinmeyen  
3 denge denklemi

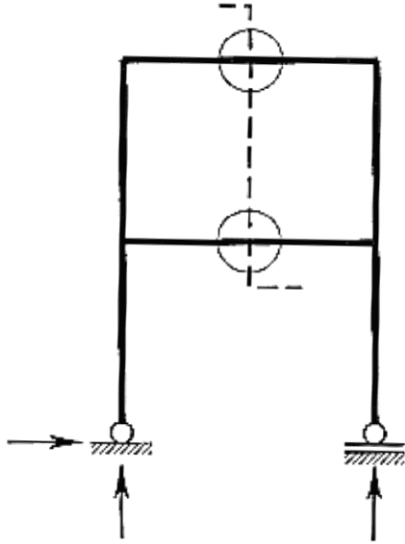
- Sistem 1. dereceden hiperstatiktir. Çözüm için ek bir uygunluk şartı (Geometrik uygunluk şartları, mafsalsal şartı) gerekmektedir.

Bir hiperstatik sistemi izostatik hale getirebilmek için yalnızca mesnet tepkilerini kaldırmak yeterli ise bu hiperstatik sisteme **dıştan hiperstatik** sistem denir.

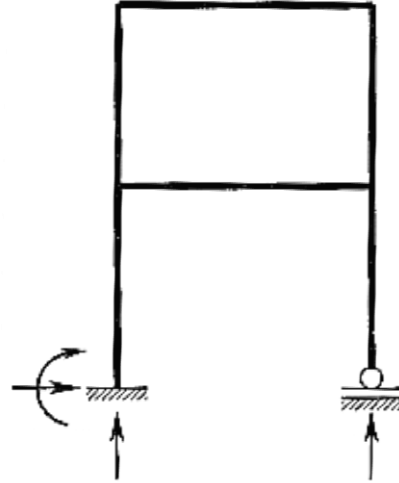


dıştan hiperstatik

Bir hiperstatik sistemi izostatik hale getirebilmek için yalnızca kesit zorlarını kaldırmak gerekli ise bu hiperstatik sisteme **içten hiperstatik** sistem denir.



içten hiperstatik



içten ve dıştan hiperstatik

Yapı sistemlerinde hiperstatiklik derecesi (n) belirlenirken;

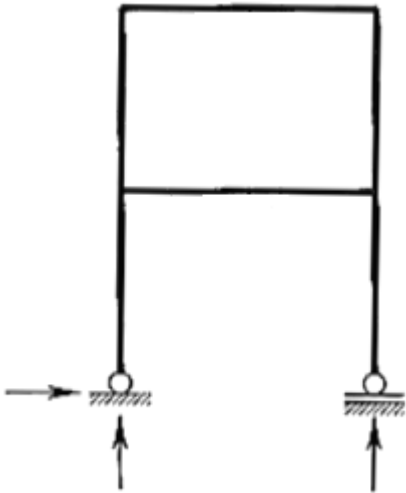
Düzlem çerçeve sistemlerde

$$n=3k+r-m-3$$

Kafes sistemlerde

$$n=r+\zeta-2d$$

Burada; r toplam mesnet sayısı,  $\zeta$  kafes sistemdeki çubukların sayısı, d düğüm noktası sayısı, k çerçeve sistemdeki kapalı göz sayısı, m ara mafsalsıdır.



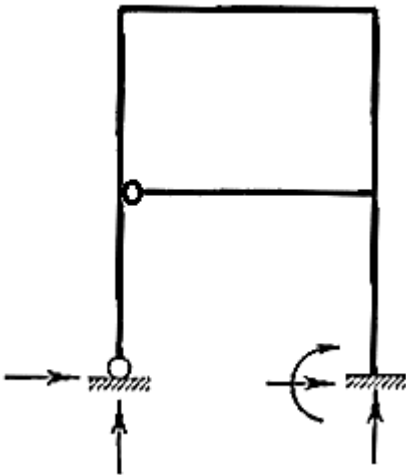
Düzlem çerçeve sistemlerde

$$n=3k+r-m-3 \text{ ise}$$

Burada;

$$k=1 \ r=3 \ m=0 \text{ ise } n=3+3-3=3 \text{ yani}$$

Sistem 3. dereceden hiperstatiktir denir.



Düzlem çerçeve sistemlerde

$$n=3k+r-m-3 \text{ ise}$$

Burada;

$$k=1 \ r=5 \ m=1 \text{ ise } n=3+5-1-3=4 \text{ yani}$$

Sistem 4. dereceden hiperstatiktir denir.

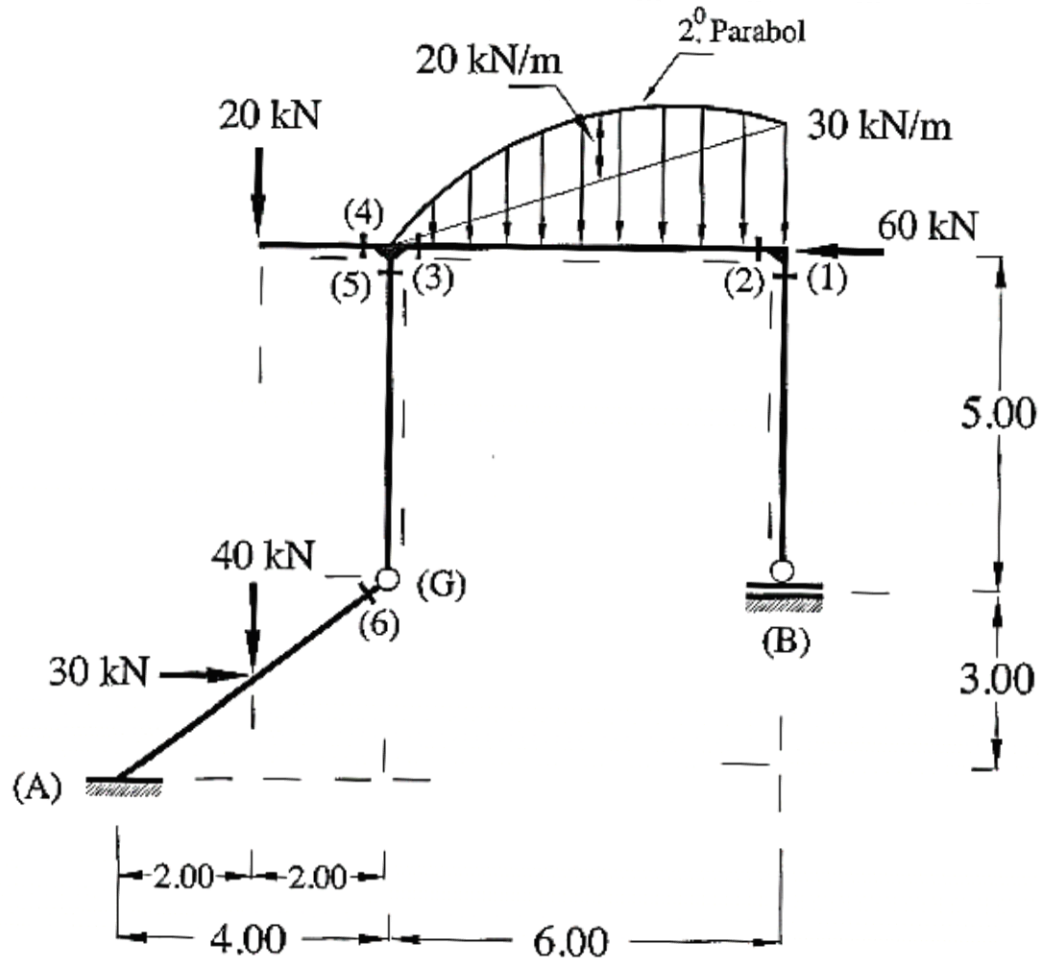
# Çözümlü Problemler

## PROBLEM 3.1

Şekil 3.1 de görülen sistemin

a) mesnet tepkilerini

b) (1), (2), (3), (4), (5) ve (6) nolu kesitlerindeki  $M, N, T$  kesit zorlarını bulunuz.



## I. YOL : DİREKT ÇÖZÜM

Şekil 3.1a daki sistemin mesnet tepkilerinin sayısı, ankastre mesnette 3 ve kayıcı mesnette 1 olmak üzere toplam 4 tanedir. Yazılabilecek denge denklemlerinin sayısı, tüm sistem için 3 ve ara mafsalları için 1 olmak üzere toplam 4 tanedir.

### a) Mesnet Tepkilerinin Hesabı:

Şekil 3.1a dan yararlanılarak, yayılı yüklere ait bileşke kuvvetler

$$R_1 = \frac{2}{3} \times 20 \times 6.00 = 80 \text{ kN} , R_2 = \frac{1}{2} \times 30 \times 6.00 = 90 \text{ kN}$$

olarak hesaplanır.

Sistem bir bütün olarak (G mafsallından ayrılmadan) gözönüne alınır.

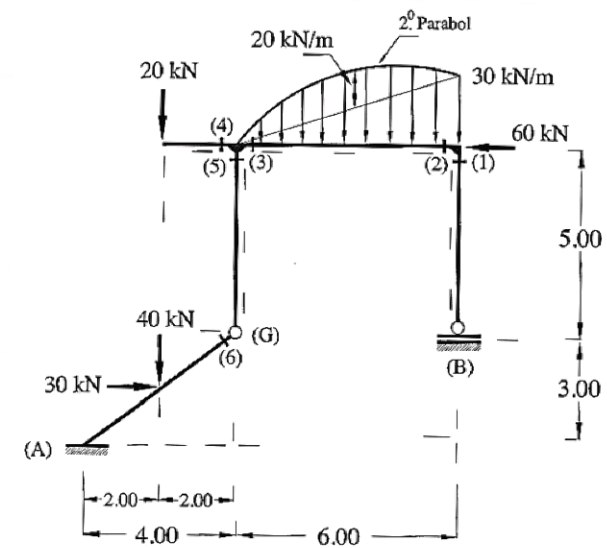
Yatay izdüşüm denge denkleminde yararlanılarak  $H_A$

$$(\rightarrow +) \Sigma F_x = 0 \quad H_A + 30 - 60 = 0 \quad \Rightarrow H_A = 30.00 \text{ kN} \rightarrow$$

$$(\curvearrow +) \Sigma M_{G, \text{sağ}} = 0 \quad -20 \times 2.00 - 60 \times 5.00 + 80 \times 3.00 + 90 \times \frac{2}{3} \times 6.00 - V_B \times 6.00 = 0$$
$$\Rightarrow V_B = 43.33 \text{ kN} \uparrow$$

$$(\uparrow +) \Sigma F_y = 0 \quad V_A - 40 - 20 - 90 - 80 + V_B = 0 \quad \Rightarrow V_A = 186.67 \text{ kN} \uparrow$$

$$(\curvearrow +) \Sigma M_{G, \text{sol}} = 0 \quad M_A + V_A \times 4.00 - H_A \times 3.00 - 30 \times 1.50 - 40 \times 2.00 = 0$$
$$\Rightarrow M_A = -531.68 \text{ kNm} \curvearrow$$



**Kontrol:** ( $\cup +$ )  $\Sigma M_B = 0$  olmalıdır.

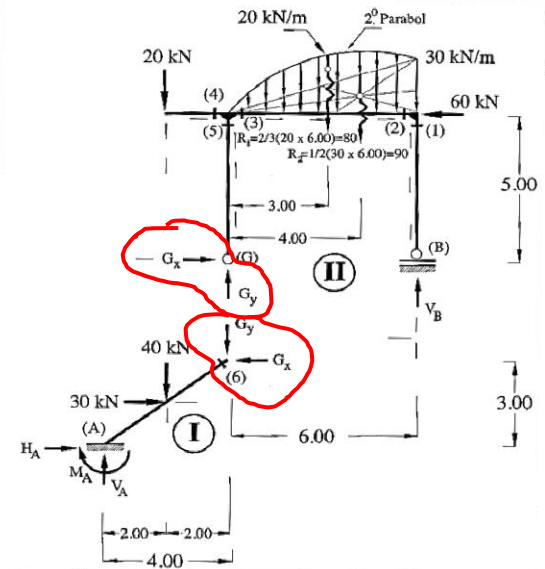
$$\Sigma M_B = V_A \times 10.00 + M_A - H_A \times 3.00 - 30 \times 1.50 - 40 \times 8.00 - \dots$$
$$\dots - 20 \times 8.00 - 80 \times 3.00 - 90 \times \frac{1}{3} \times 6.00 - 60 \times 5.00 = 0 \checkmark$$

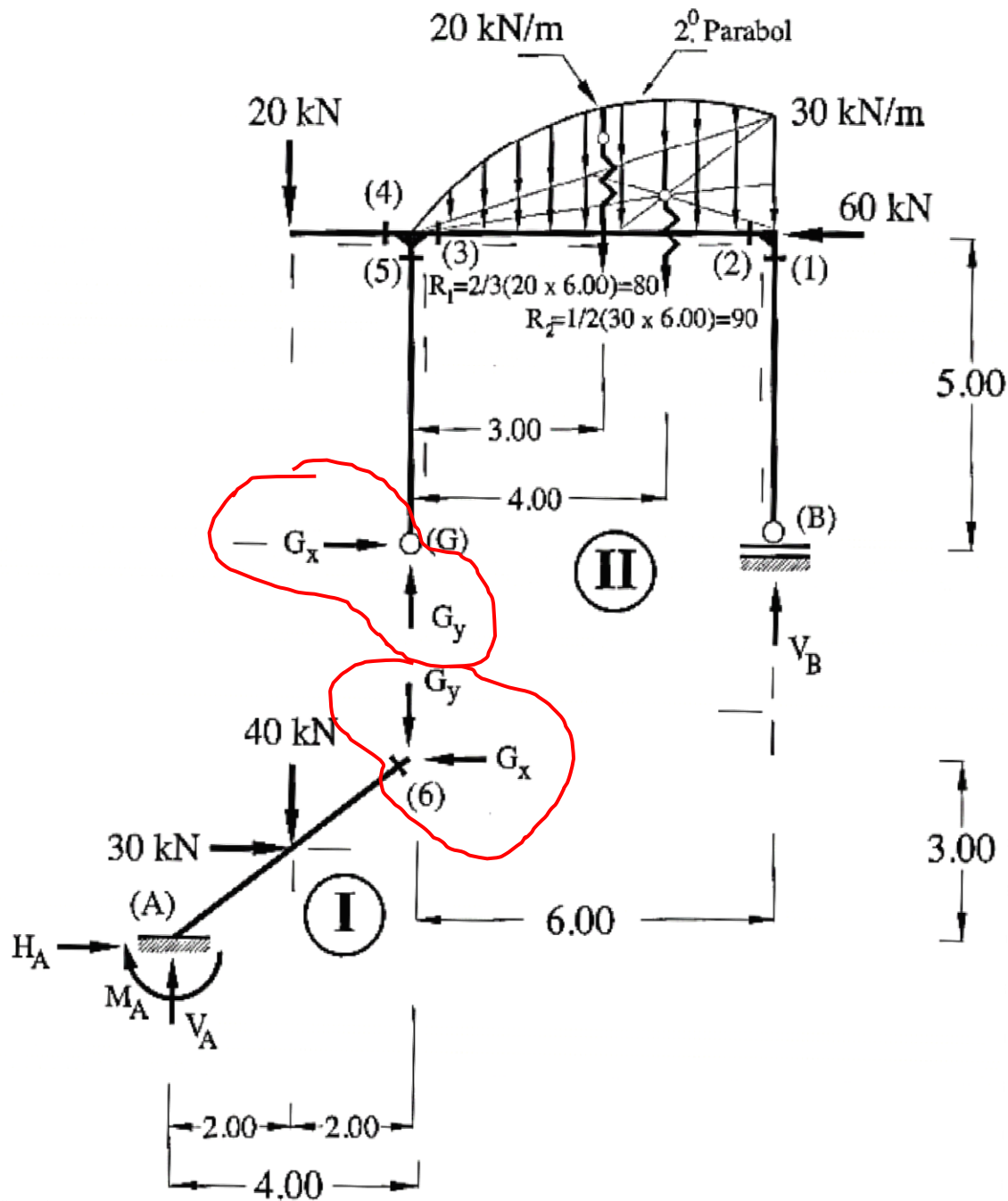
## II. YOL : TAŞIMA ŞEMALİ ÇÖZÜM

### a) Mesnet Tepkilerinin Hesabı:

Sistem (G) mafsallından kesilerek iki parçaya ayrılır, Şekil 3.1b. Bu kesim ile oluşan **I** ve **II** nolu parçalar için denge denklemleri yazılarak mesnet tepkileri ve mafsal kuvvetleri elde edilir.

**I** ve **II** nolu parçalar arasındaki yük aktarımı mafsal kuvvetleriyle sağlanmaktadır. **I** nolu parça 'taşıyan', **II** nolu parça ise 'taşınan' parçadır. Her iki parça da kendi içinde dengede olduğundan, moment ve izdüşüm denge denklemleri kullanılarak mafsal kuvvetleri ve mesnet tepkileri hesaplanır. Hesaba taşınan **II** nolu parçadan başlanır. Taşınan parçadaki mafsal kuvvetleri bulunduktan sonra, bu kuvvetler taşıyan parçaya aktarılır. Taşıyan parçanın mesnet tepkilerinin hesabında, bu parçaya etkiyen yükler ile beraber **II** nolu parçadan aktarılan mafsal kuvvetleri gözönüne alınır.





TAŞIMA  
ŞEMASI

**II** nolu parça için

yatay izdüşüm denge denklemini yazılarak  $G_x$

$$(\rightarrow+) \Sigma F_{x,II}=0$$

$$-60 + G_x = 0$$

$$\Rightarrow G_x = 60.00 \text{ kN} \rightarrow \checkmark$$

$$(\cup+) \Sigma M_{G,II}=0$$

$$-V_B \times 6.00 - 60 \times 5.00 - 20 \times 2.00 + R_1 \times 3.00 + R_2 \times \frac{2}{3} \times 6.00 = 0$$

$$-V_B \times 6.00 - 60 \times 5.00 - 20 \times 2.00 + 80 \times 3.00 + 90 \times \frac{2}{3} \times 6.00 = 0$$

$$(\uparrow+) \Sigma F_{y,II}=0$$

$$G_y + V_B - 80 - 90 - 20 = 0$$

$$\Rightarrow V_B = 43.33 \text{ kN} \uparrow \checkmark$$

$$G_y + 43.33 - 80 - 90 - 20 = 0$$

$$\Rightarrow G_y = 146.67 \text{ kN} \uparrow \checkmark$$

**II** nolu parçanın  $G_x$ ,  $G_y$  mafsal kuvvetleri, **I** nolu parçaya aktarıldıktan sonra, **I** nolu parçanın mesnet tepkileri izdüşüm ve moment denge denklemleri yazılarak elde edilecektir. Buna göre

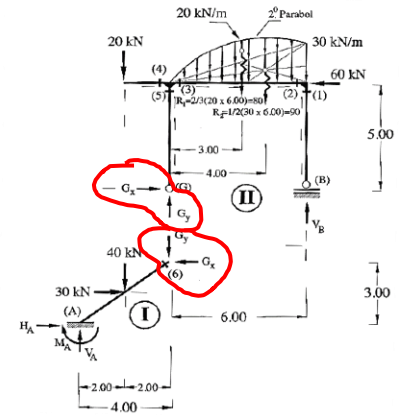
**I** nolu parça için

$$(\rightarrow+) \Sigma F_{x,I}=0$$

$$H_A - G_x + 30 = 0$$

$$H_A - 60 + 30 = 0$$

$$\Rightarrow H_A = 30.00 \text{ kN} \rightarrow \checkmark$$



$$\begin{aligned}
 (\curvearrowright+) \Sigma M_{A,I} &= 0 & G_y \times 4.00 - G_x \times 3.00 + 40 \times 2.00 + 30 \times 1.50 + M_A &= 0 \\
 & & 146.67 \times 4.00 - 60 \times 3.00 + 80 + 45 + M_A &= 0 \\
 & & \Rightarrow M_A &= -531.68 \text{ kNm } \curvearrowright \checkmark
 \end{aligned}$$

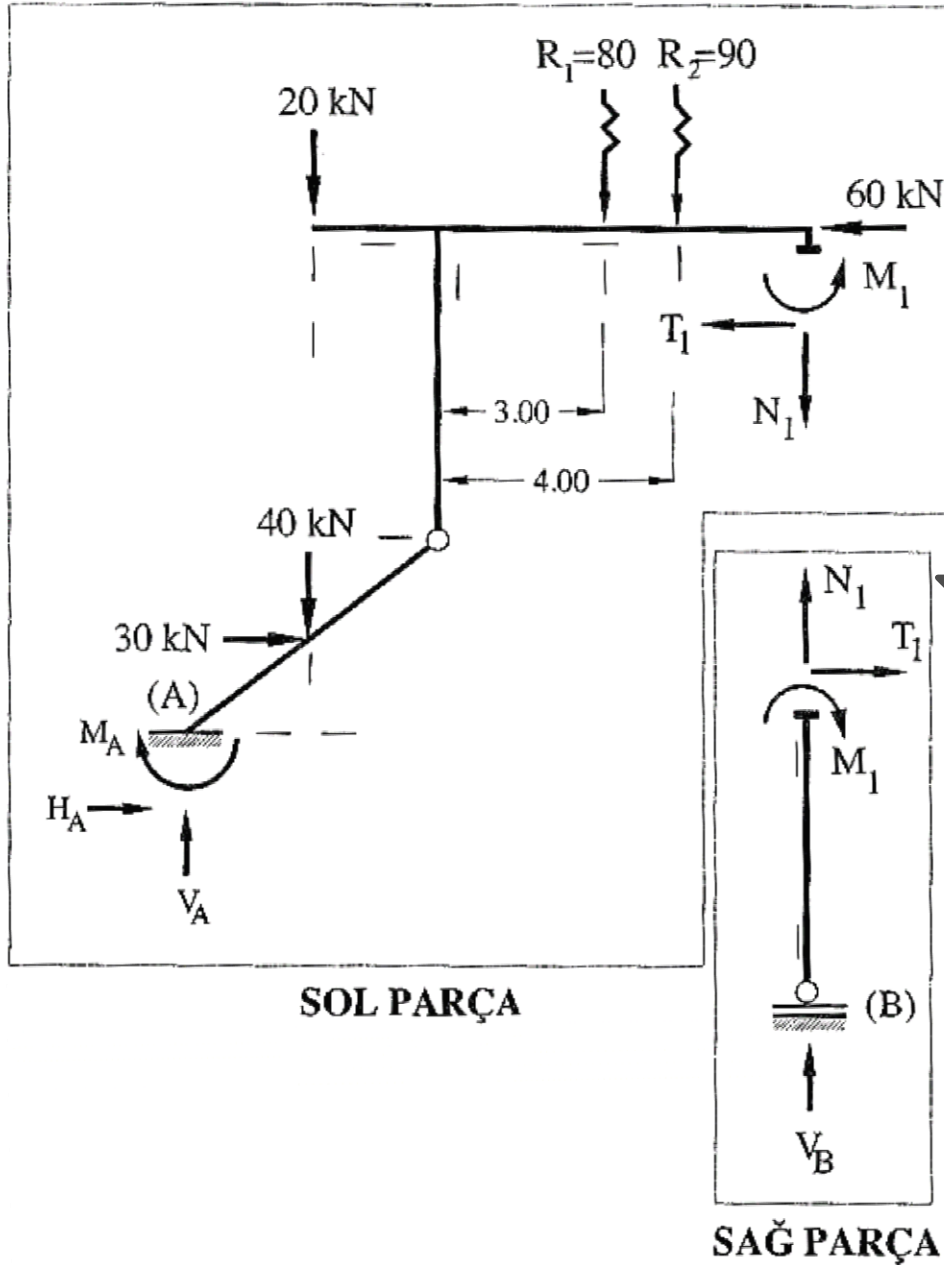
$$\begin{aligned}
 (\uparrow+) \Sigma F_{y,I} &= 0 & V_A - G_y - 40 &= 0 \\
 & & V_A - 146.67 - 40 &= 0 \\
 & & \Rightarrow V_A &= 186.67 \text{ kN } \uparrow \checkmark
 \end{aligned}$$

Görüldüğü gibi I. Yolla hesaplanan mesnet tepkileri ile aynı değerler bulunmuştur. Ancak taşıma şeması kullanılarak yapılan çözümde mafsalsal kuvvetlerinin de mesnet tepkilerine ek olarak hesaplanması gerektiği unutulmamalıdır.

### **b) (1), (2), (3), (4), (5) ve (6) nolu Kesitlerde Kesit Zorlarının Belirlenmesi:**

Söz konusu kesitlerde kesimler yapılmalı ve seçilen bakış yönü göz önünde bulundurularak pozitif yön kabulüne göre kesitlerde oluşan N, T, M değerleri, kesim yapılan sağ veya sol parça dikkate alınarak yazılacak olan denge denklemleri ile hesaplanmalıdır. Kesim yapıldıktan sonra sağ veya sol parçada yazılan denge denklemleri yardımıyla kesite ait hesaplanan kesit zoru değerleri birbirlerine eşit olacağından, çözüm için işlem yükü bakımından daha az olan parça seçilmelidir.

# (1) Kesitindeki $M_1$ , $N_1$ ve $T_1$ Kesit Zorları :



Burada çözüm için sağ parçanın seçilmesi mantıklıdır. Çünkü sadece tek bir düşey mesnet tepkisi hesaplara dahil olacaktır.

$$(\curvearrowright+) \Sigma M_{1,sağ} = 0$$

$$\Rightarrow M_1 = 0 \quad \checkmark$$

$$(\uparrow+) \Sigma F_{1y,sağ} = 0 \quad V_B + N_1 = 0$$

$$43.33 + N_1 = 0$$

$$\Rightarrow N_1 = -43.33 \text{ kN} \quad \checkmark$$

$$(\rightarrow+) \Sigma F_{1x,sağ} = 0$$

$$\Rightarrow T_1 = 0 \quad \checkmark$$

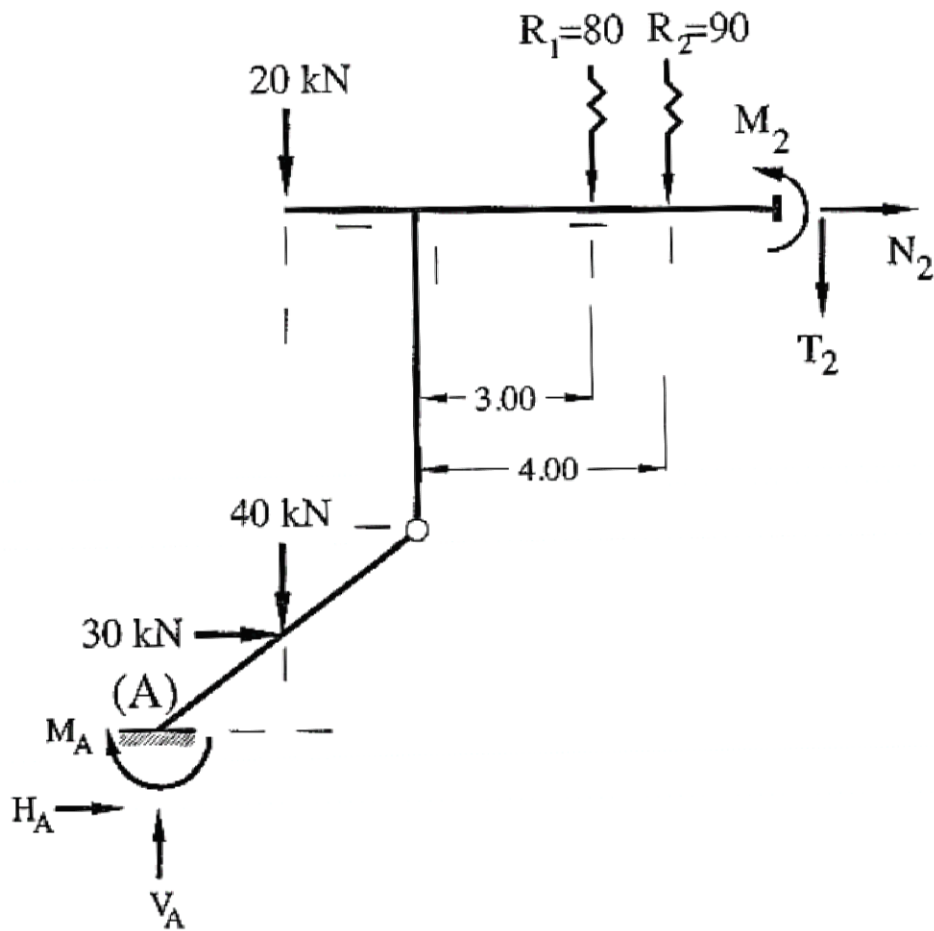


## (2) Kesitindeki $M_2$ , $N_2$ ve $T_2$ Kesit Zorları :

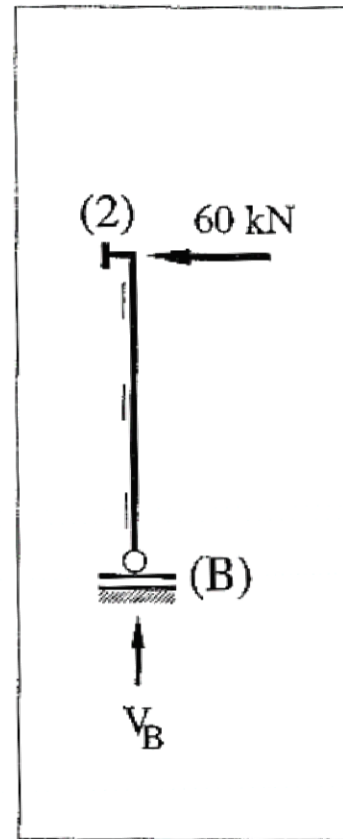
Kesit zorlarının hesabında konu anlatımında bahsedilen 2. YOL kullanılacaktır.

Buna göre **çözümde** kesim ile iki parçaya ayrılmış bir sistemde pozitif kesit zorları, hesap yapılacak olan parçada değil, diğer parçadaki kesit üzerinde gösterilir. Hesapta kullanılan parçaya etkiyen kuvvetler ve momentler diğer parçanın pozitif kesit zorları ile aynı yönde ise pozitif, farklı yönde ise negatif işaretli olarak dikkate alınır.

2 kesitinden kesilerek iki parçaya ayrılan sistemde sağ parça işlem yükü bakımından daha uygun olacağından hesaplamalar sağ parçada yapılacaktır.



SOL PARÇA



SAĞ PARÇA

Sağ parçaya ait kesit zorları, çözüm için seçilen sağ parçada hesaplanıp sol parça üzerinde gösterilecektir.

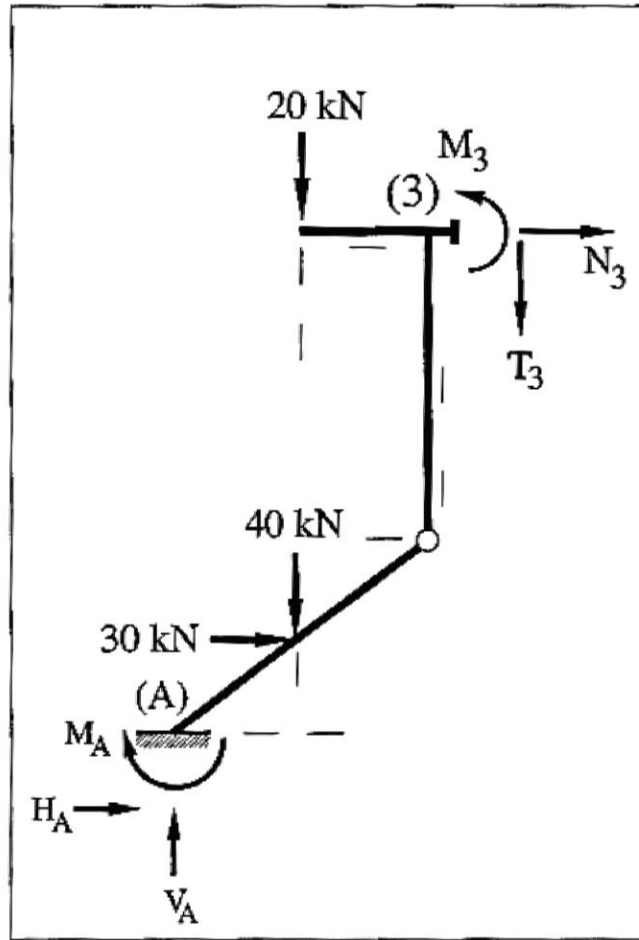
$$\Rightarrow M_2 = 0 \quad \checkmark$$

$$\Rightarrow N_2 = -60.00 \text{ kN} \quad \checkmark$$

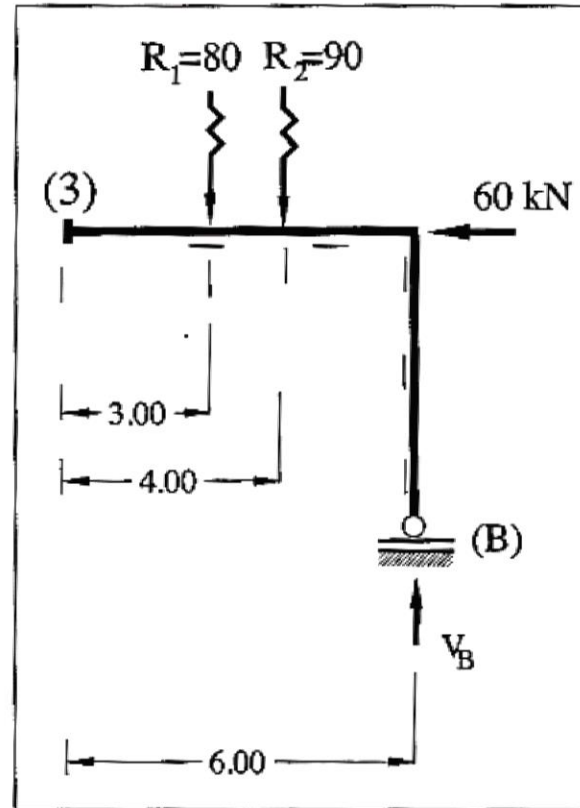
$$T_2 = -V_B$$

$$\Rightarrow T_2 = -43.33 \text{ kN} \quad \checkmark$$

### (3) Kesitindeki $M_3$ , $N_3$ ve $T_3$ Kesit Zorları :



SOL PARÇA



SAĞ PARÇA

Üzerine etkiyen yüklerin diğer parçaya göre daha az olması sebebiyle çözüm için sağ parça seçilmiştir.

$$\Rightarrow N_3 = -60.00 \text{ kN} \checkmark$$

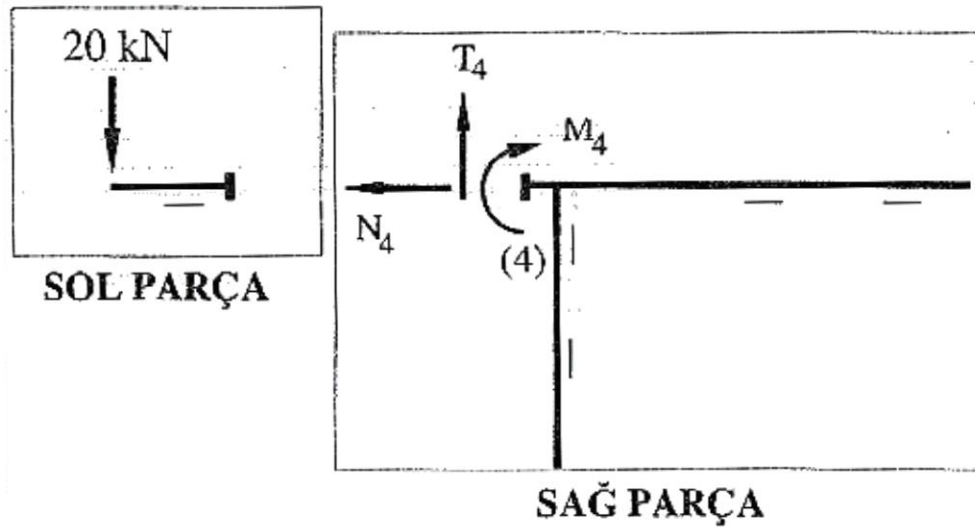
$$T_3 = -V_B + R_1 + R_2$$

$$T_3 = -43.33 + 80 + 90 \Rightarrow T_3 = 126.67 \text{ kN} \checkmark$$

$$M_3 = V_B \times 6.00 - R_1 \times 3.00 - R_2 \times 4.00$$

$$M_3 = 43.33 \times 6.00 - 80 \times 3.00 - 90 \times 4.00 \Rightarrow M_3 = -340.00 \text{ kNm} \checkmark$$

#### (4) Kesitindeki $M_4$ , $N_4$ ve $T_4$ Kesit Zorları :



Burada çözüm için sol parçanın seçilmesi mantıklıdır.

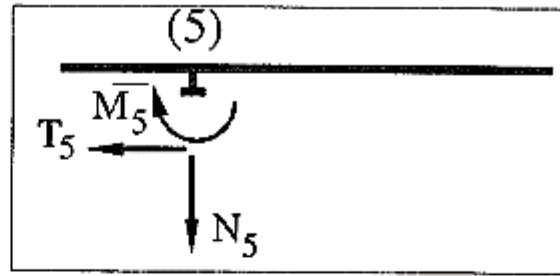
$$\Rightarrow M_4 = -40.00 \text{ kNm} \checkmark$$

$$\Rightarrow N_4 = 0 \checkmark$$

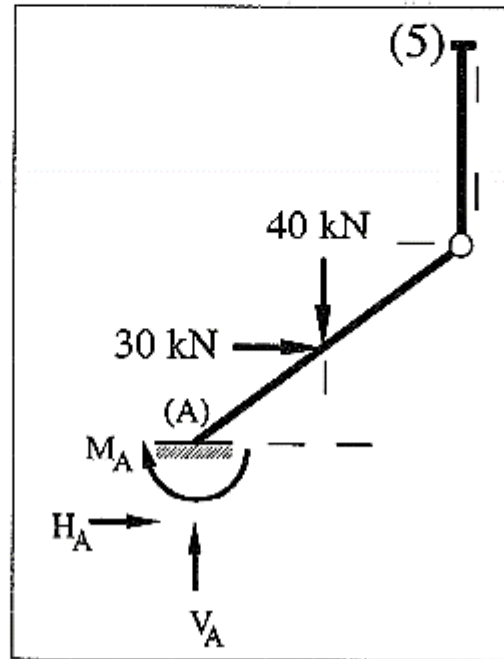
$$\Rightarrow T_4 = -20.00 \text{ kN} \checkmark$$

## (5) Kesitindeki $M_5$ , $N_5$ ve $T_5$ Kesit Zorları :

Burada üzerindeki yüklerin azlığından dolayı çözüm için sol parçanın seçilmesi mantıklıdır.



SAĞ PARÇA



SOL PARÇA

$$M_5 = V_A \times 4.00 - H_A \times 8.00 + M_A - 30 \times 6.50 - 40 \times 2.00$$

$$M_5 = 186.67 \times 4.00 - 30 \times 80 + (-531.68) - 195 - 80$$

$$\Rightarrow M_5 = -300.00 \text{ kNm} \checkmark$$

$$N_5 = -V_A + 40$$

$$N_5 = -186.67 + 40$$

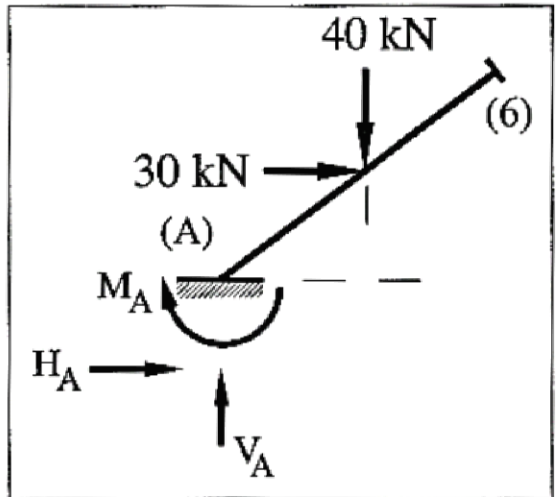
$$\Rightarrow N_5 = -146.67 \text{ kN} \checkmark$$

$$T_5 = -H_A - 30$$

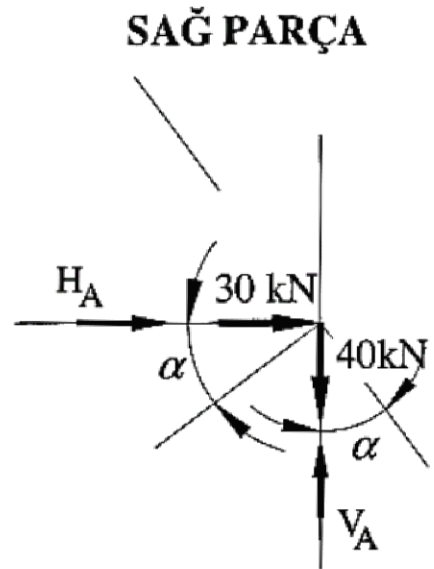
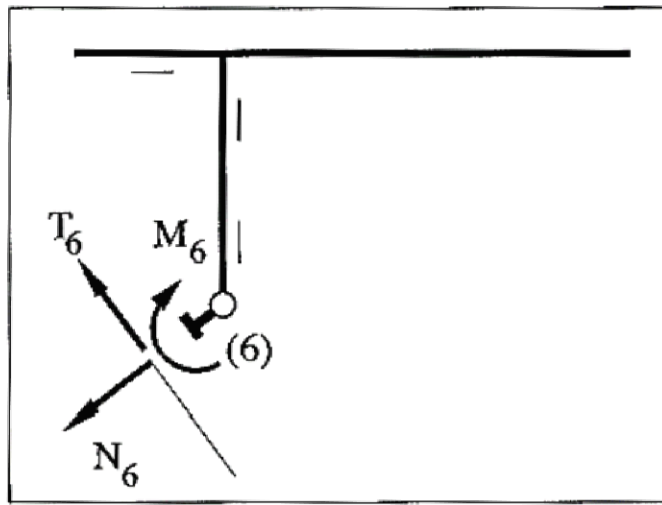
$$T_5 = -30 - 30$$

$$\Rightarrow T_5 = -60.00 \text{ kN} \checkmark$$

**(6) Kesitindeki  $M_6$  ,  $N_6$  ve  $T_6$  Kesit Zorları :**



**SOL PARÇA**



**SAĞ PARÇA**

Burada üzerindeki yüklerin azlığından dolayı çözüm için sol parçanın seçilmesi mantıklıdır.

$M_6$  Kesit zoru, mafsal kesitine sonsuz yakın olmasından dolayı sıfıra eşittir.

$$(\sin\alpha = 0.60, \cos\alpha = 0.80)$$

$$\Rightarrow M_6 = 0 \checkmark$$

$$N_6 = -(V_A - 40) \times \sin\alpha - (H_A + 30) \times \cos\alpha$$

$$N_6 = -(186.67 - 40) \times 0.60 - (30 + 30) \times 0.80 \Rightarrow N_6 = -136.00 \text{ kN} \checkmark$$

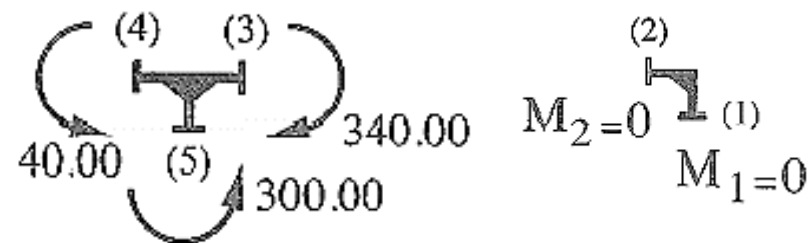
$$T_6 = (V_A - 40) \times \cos\alpha - (H_A + 30) \times \sin\alpha$$

$$T_6 = (186.67 - 40) \times 0.80 - (30 + 30) \times 0.60 \Rightarrow T_6 = 81.34 \text{ kN} \checkmark$$

Hesaplanan kesit zorları toplu halde Tablo 3.1 de verilmiştir. Buna ilave olarak düğüm noktalarında moment dengesinin sağlanıp sağlanmadığı kontrol edilmiştir.

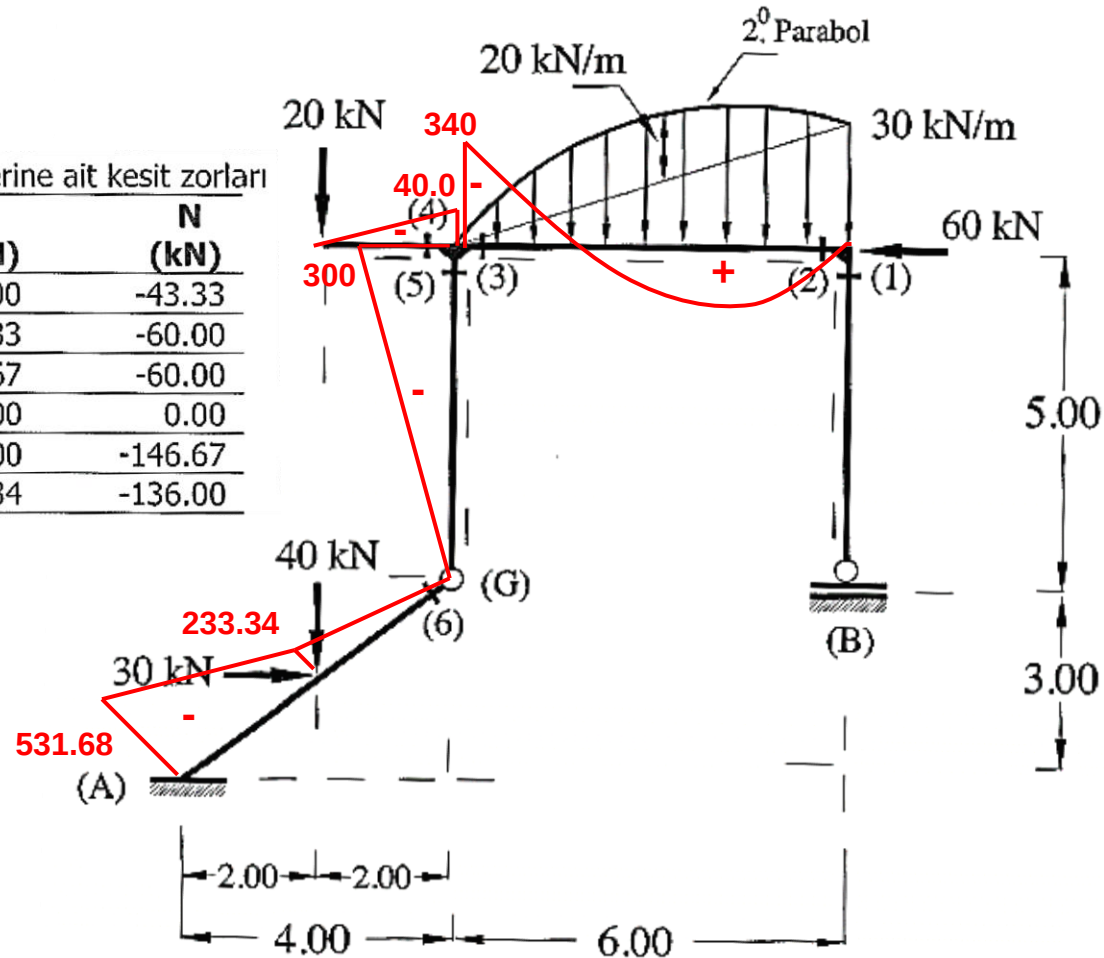
**Tablo 3.1:** (1),(2),..., (6) Kesitlerine ait kesit zorları

| Kesit No | M (kNm) | T (kN)  | N (kN)  |
|----------|---------|---------|---------|
| 1        | 0.00    | 0.00    | -43.33  |
| 2        | 0.00    | -43.33  | -60.00  |
| 3        | -340.00 | +126.67 | -60.00  |
| 4        | -40.00  | -20.00  | 0.00    |
| 5        | -300.00 | -60.00  | -146.67 |
| 6        | 0.00    | +81.34  | -136.00 |



**Tablo 3.1:** (1),(2),....,(6) Kesitlerine ait kesit zorları

| Kesit No | M (kNm) | T (kN)  | N (kN)  |
|----------|---------|---------|---------|
| 1        | 0.00    | 0.00    | -43.33  |
| 2        | 0.00    | -43.33  | -60.00  |
| 3        | -340.00 | +126.67 | -60.00  |
| 4        | -40.00  | -20.00  | 0.00    |
| 5        | -300.00 | -60.00  | -146.67 |
| 6        | 0.00    | +81.34  | -136.00 |

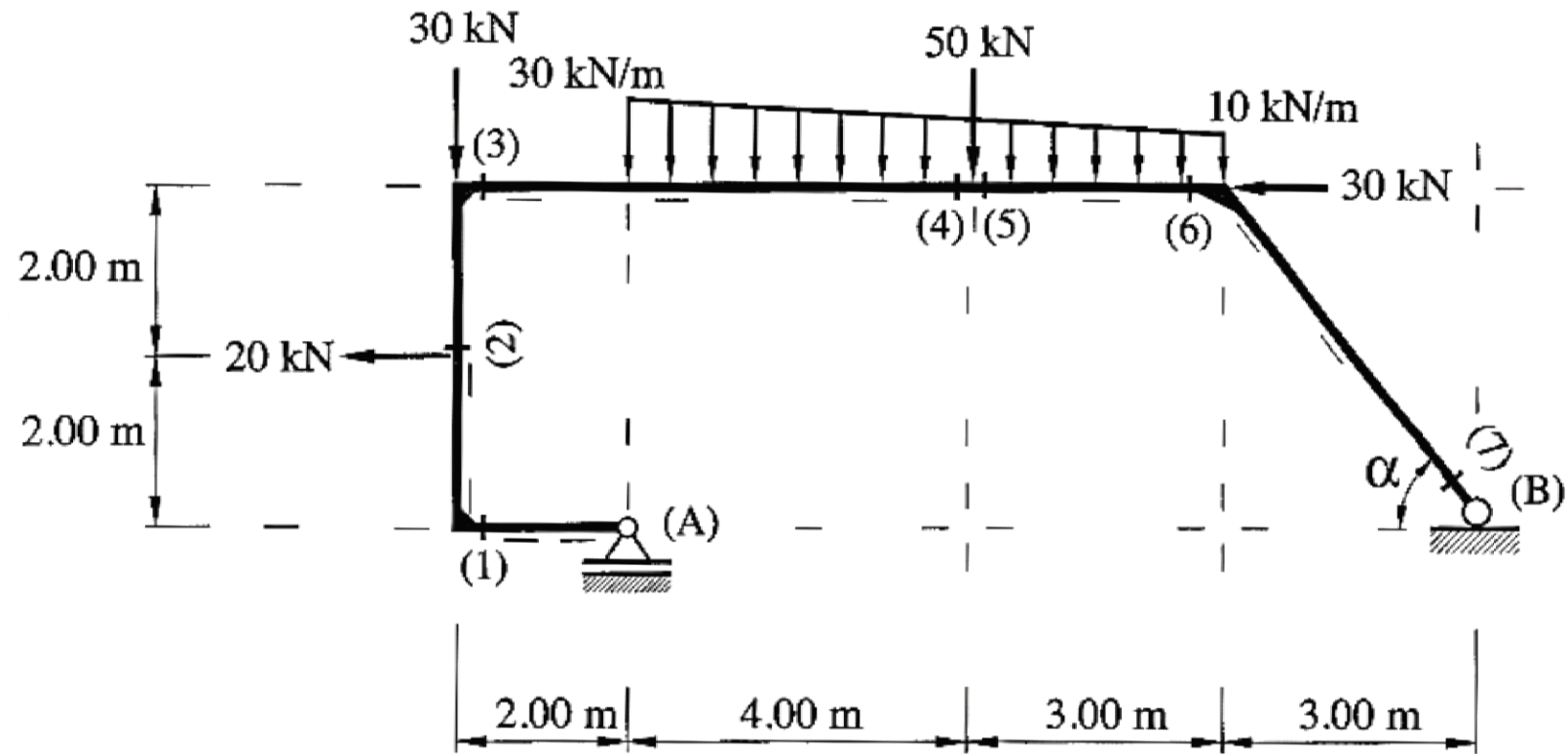


**Moment Diyagramı**

## PROBLEM 3.2

Şekil 3.2 deki sistemin (1), (2), ....., (7) kesitlerindeki kesit zorlarını hesaplayınız.

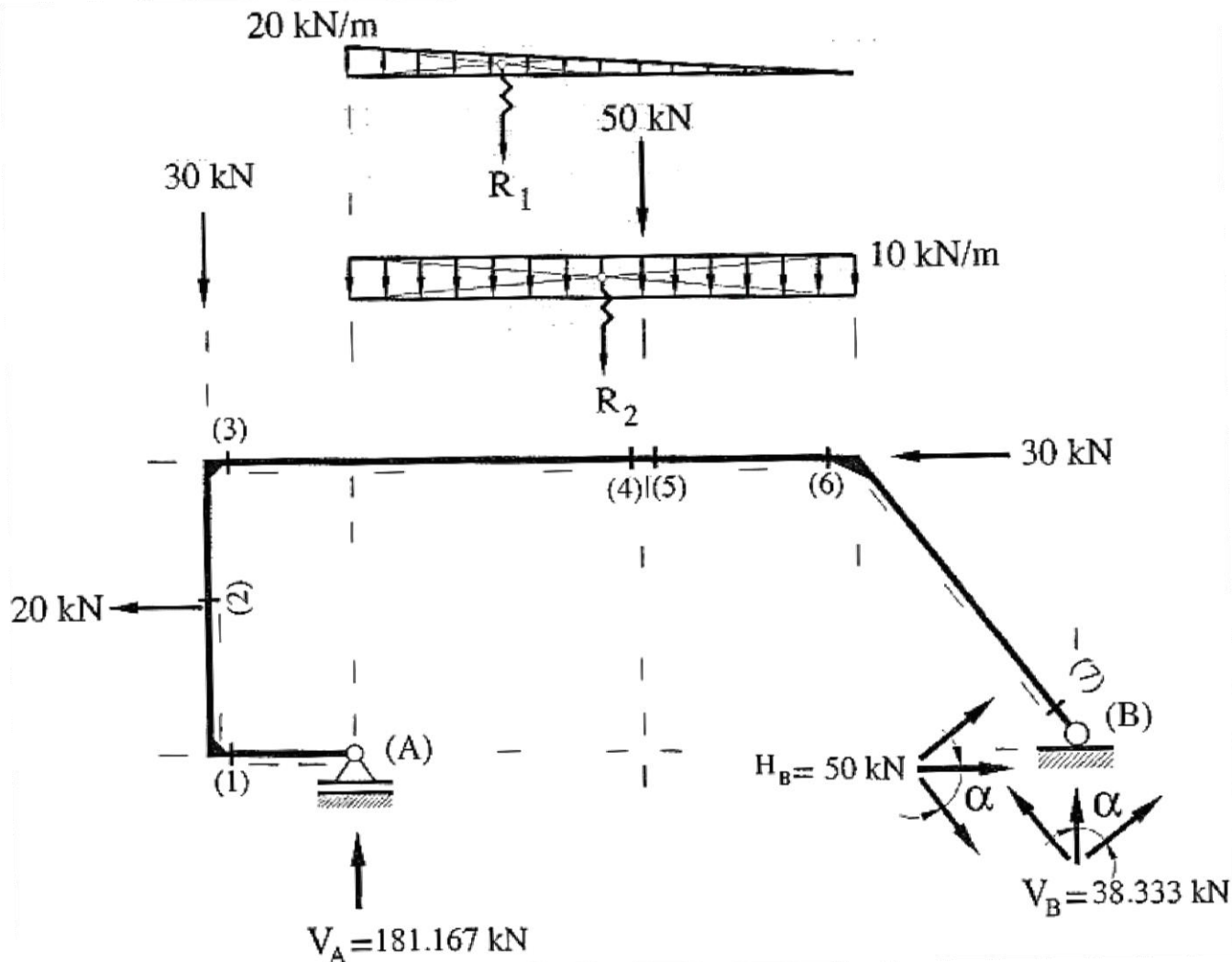
$$\left( \cos \alpha = \frac{3}{5} = 0.60 \quad , \quad \sin \alpha = \frac{4}{5} = 0.80 \right)$$



## a) Mesnet Tepkilerinin Hesabı:

Yatay izdüşüm denge denklemi yazılarak  $H_B$

$$(\rightarrow +) \Sigma F_x = 0 \quad H_B - 30 - 20 = 0 \quad \Rightarrow H_B = 50.00 \text{ kN} \rightarrow \checkmark$$



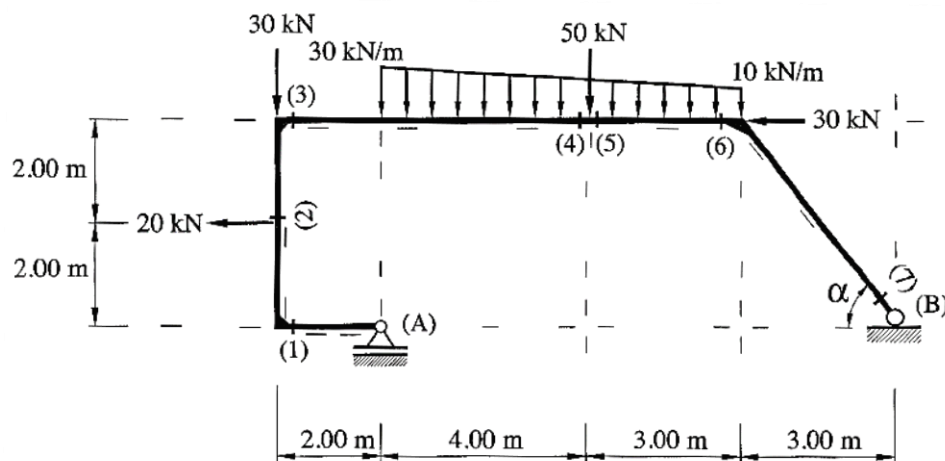
$$\begin{aligned}
 (\cup+) \Sigma M_B = 0 \quad & V_A \times 10.00 - 20 \times 2.00 - 30 \times 12.00 - 50 \times 6.00 - 30 \times 4.00 - \dots \\
 & \dots - 10 \times 7.00 \times (3.50 + 3.00) - 20 \times \left( \frac{1}{2} \times 7.00 \right) \times \left( \frac{2}{3} \times 7.00 + 3.00 \right) = 0 \\
 & \Rightarrow V_A = 181.167 \text{ kN} \uparrow \checkmark
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (\cup+) \Sigma M_A = 0 \quad & -V_B \times 10.00 - 30 \times 4.00 + 50 \times 4.00 + 10 \times 7.00 \times 3.50 + \dots \\
 & \dots + 20 \times \frac{7.00}{2} \times \frac{1}{3} \times 7.00 - 30 \times 2.00 - 20 \times 2.00 = 0 \\
 & \Rightarrow V_B = 38.833 \text{ kN} \uparrow \checkmark
 \end{aligned}$$

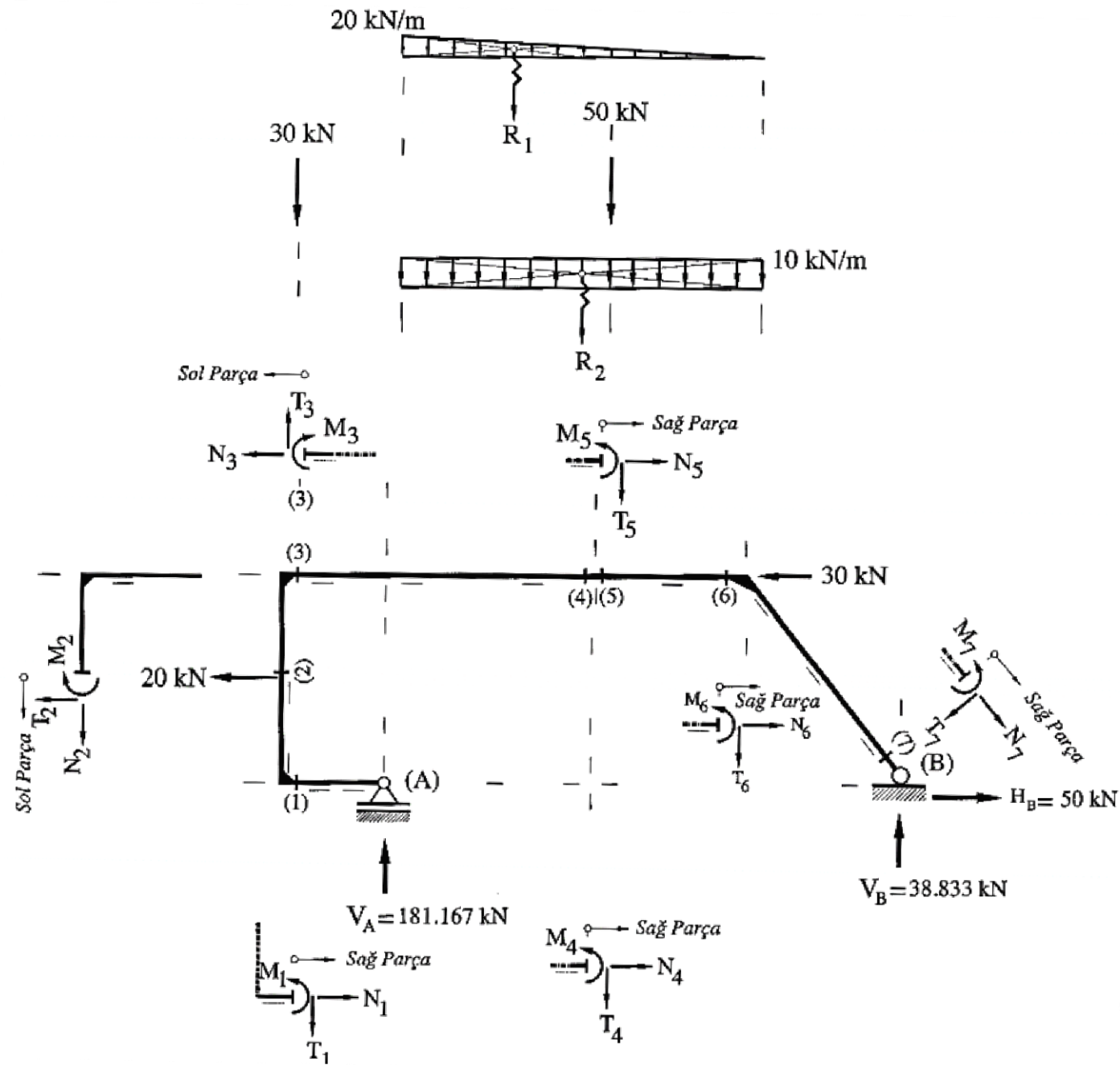
**Kontrol: ( $\uparrow$ )  $\Sigma F_y = 0$  olmalıdır.**

$$\Sigma F_y = V_A - 30 - R_1 - R_2 - 50 + V_B = 0$$

$$\Sigma F_y = 181.167 - 30 - 20 \times \frac{7.00}{2} - 10 \times 7.00 - 50 + 38.833 = 0 \checkmark$$



**b) (1), (2), (3), (4), (5), (6) ve (7) nolu Kesitlerde Kesit Zorlarının Hesabı:**



**(1) Kesitindeki  $M_1$  ,  $N_1$  ve  $T_1$  Kesit Zorları :**

Burada çözüm için sağ parçanın seçilmesi mantıklıdır.

$$M_1 = V_A \times 2.00 = 362.33 \text{ kNm} \quad , \quad N_1 = 0 \quad , \quad T_1 = -181.17 \text{ kN}$$

**(2) Kesitindeki  $M_2$  ,  $N_2$  ve  $T_2$  Kesit Zorları :**

Burada çözüm için kesitin altında kalan, sol parçanın seçilmesi mantıklıdır.

$$M_2 = -V_A \times 2.00 = -362.33 \text{ kNm} \quad , \quad N_2 = -V_A = -181.17 \text{ kN} \quad , \quad T_2 = 20 \text{ kN}$$

**(3) Kesitindeki  $M_3$  ,  $N_3$  ve  $T_3$  Kesit Zorları :**

Burada çözüm için kesitin solunda kalan parçanın seçilmesi mantıklıdır.

$$M_3 = 20 \times 2.00 - V_A \times 2.00 = -322.33 \text{ kNm} \quad , \quad N_3 = 20 \text{ kN} \quad , \quad T_3 = -30 + V_A = 151.17 \text{ kN}$$

**(4) Kesitindeki  $M_4$  ,  $N_4$  ve  $T_4$  Kesit Zorları :**

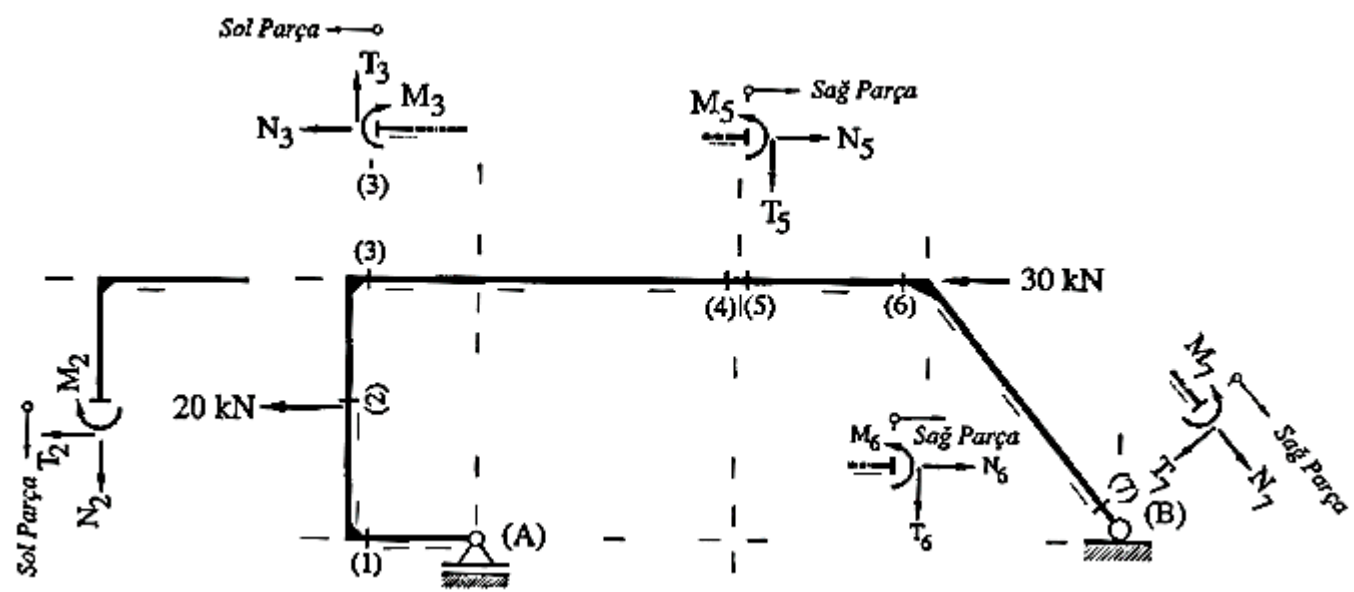
$$M_4 = V_B \times 6.00 + H_B \times 4.00 - 10 \times 3.00 \times 1.50 - \frac{60}{7} \times \frac{3.00}{2} \times \frac{1}{3} \times 3.00 = 375.14 \text{ kNm}$$

$$N_4 = -30 + H_B = 20 \text{ kN}$$

$$T_4 = 50 + 10 \times 3.00 + \frac{60}{7} \times \frac{3.00}{2} - V_B = 54.02 \text{ kN}$$

Burada çözüm için kesitin sağındaki parça seçilmiştir.

**(5) Kesitindeki  $M_5$  ,  $N_5$  ve  $T_5$  Kesit Zorları :**



(4) ve (5) kesitleri yanyana olduğundan, kesit zorları (4) kesiti için elde edilen kesit zorlarından yararlanılarak hesaplanabilir. İki kesit arasında sadece 50 kN luk bir düşey kuvvet bulunduğundan, (5) kesitindeki eğilme momenti ve normal kuvvet, (4) kesiti için elde edilenler ile aynı olacaktır. Fakat, 50 kN luk düşey kuvvetten dolayı kesme kuvveti değeri değişecektir. Bu durumda, (5) kesitindeki kesit zorları

$$M_5 = M_4 = 375.14 \text{ kNm} \quad , \quad N_5 = N_4 = 20 \text{ kN} \quad , \quad T_5 = T_4 - 50 = 4.02 \text{ kN}$$

## (6) Kesitindeki $M_6$ , $N_6$ ve $T_6$ Kesit Zorları :

Burada çözüm için kesitin sağındaki parça seçilmiştir.

$$M_6 = V_B \times 3.00 + H_B \times 4.00 = 316.50 \text{ kNm} \quad , \quad N_6 = -30 + H_B = 20 \text{ kN}$$

$$T_6 = -V_B = -38.833 \text{ kN}$$

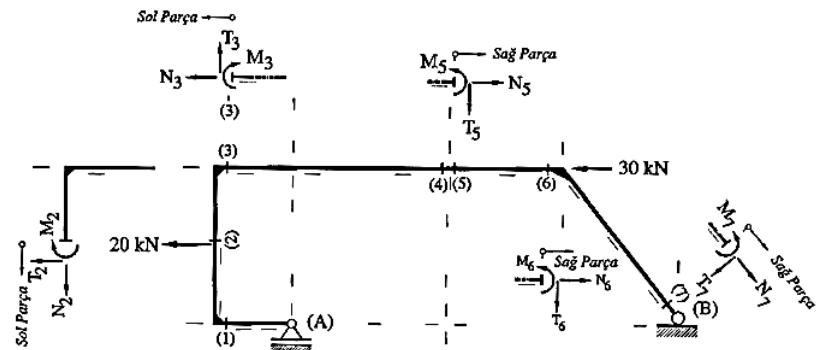
## (7) Kesitindeki $M_7$ , $N_7$ ve $T_7$ Kesit Zorları :

(7) kesitinden kesim yapıldığında, kesitin sağında kalan parçanın B sabit mesnetine sonsuz küçük uzaklıkta olduğu görülür. Bundan dolayı, bu kesitte eğilme momenti değeri sıfırdır. Normal kuvvet ve kesme kuvvetleri ise, sabit mesnetteki yatay ve düşey mesnet tepkilerinin eğik çubuk eksenine paralel ve dik bileşenleridir. Buna göre, kesit zorları

$$M_7 = 0$$

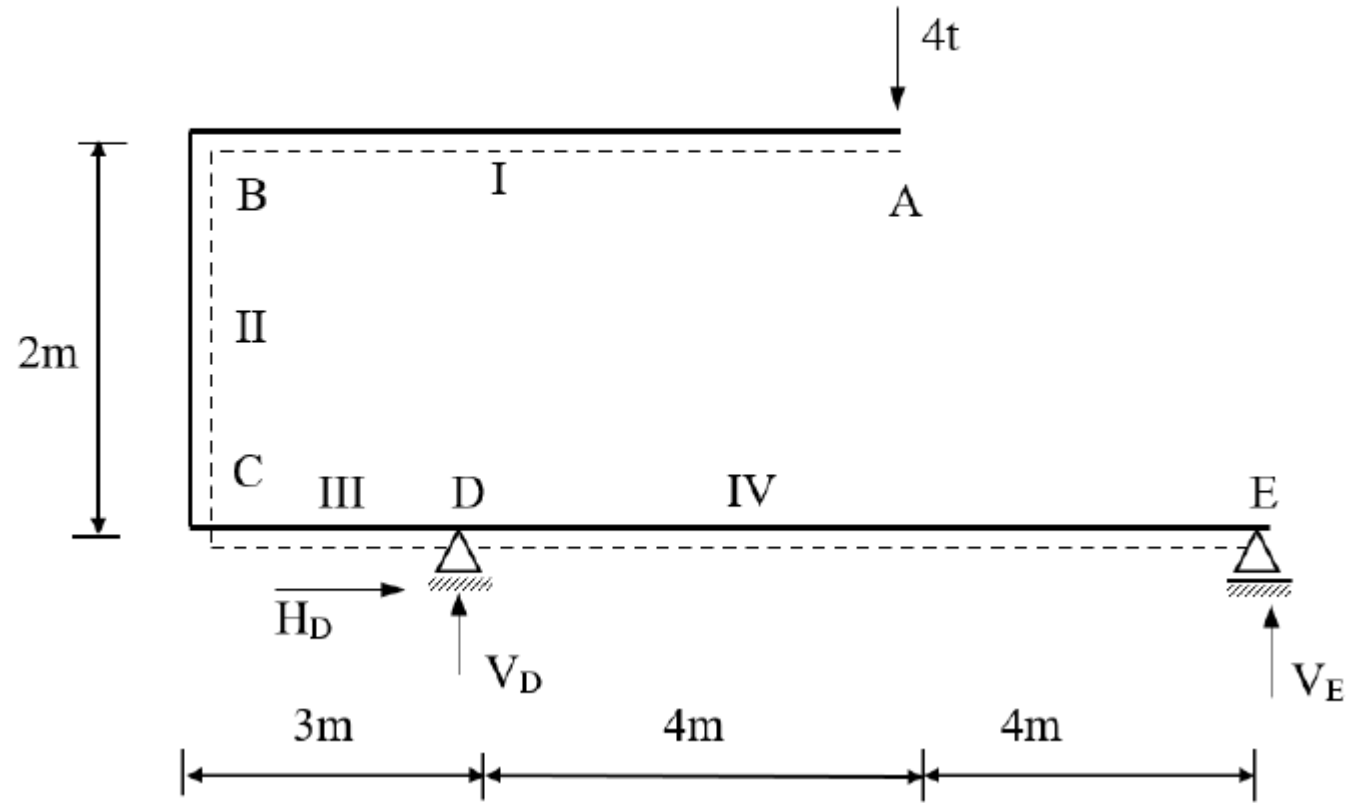
$$N_7 = H_B \times \cos \alpha - V_B \times \sin \alpha = 50 \times 0.60 - 38.833 \times 0.80 = -1.07 \text{ kN}$$

$$T_7 = -V_B \times \cos \alpha - H_B \times \sin \alpha = -38.833 \times 0.60 - 50 \times 0.80 = -63.30 \text{ kN}$$



**PROBLEM 3.3**

Şekildeki sistemin M, N, T diyagramlarını çiziniz.

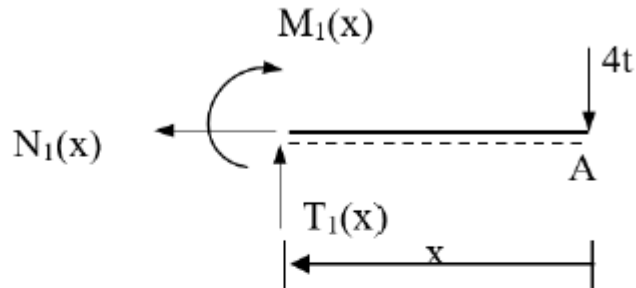


$$\Sigma F_x = 0 \quad H_D = 0$$

$$\Sigma M_D = 0 \quad 4 \cdot 4 - 8 \cdot V_E = 0 \Rightarrow V_E = 2t$$

$$\Sigma F_y = 0 \quad V_D + V_E - 4 = 0 \Rightarrow V_D + 2 - 4 = 0 \Rightarrow V_D = 2t$$

**I bölgesi**  $0 \leq x \leq 7\text{m}$



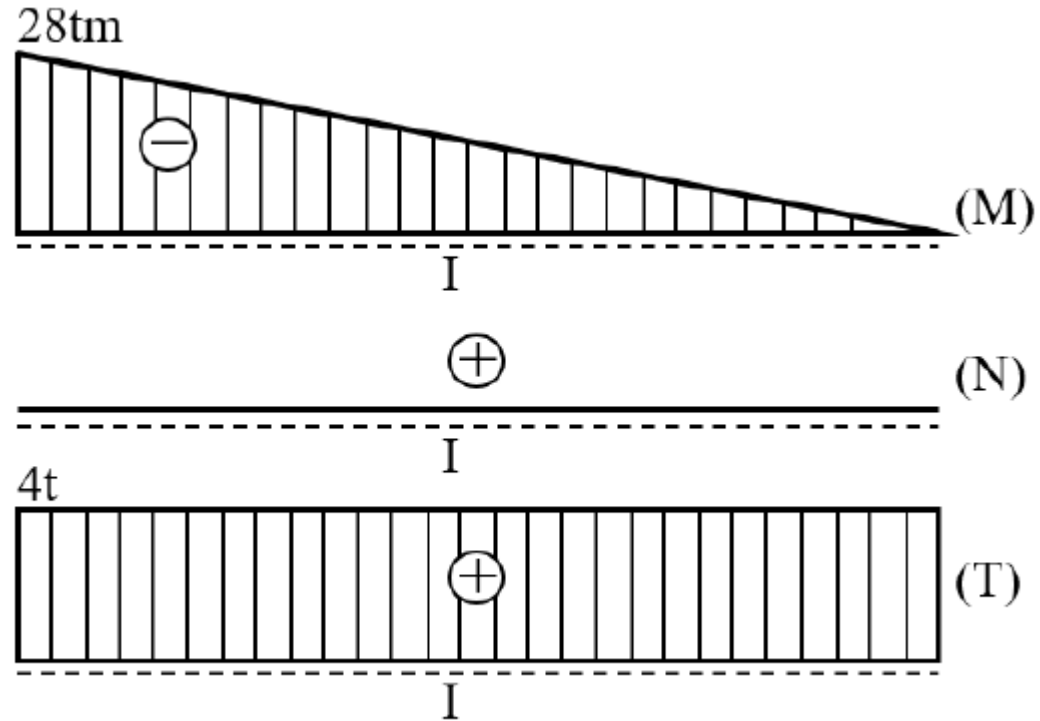
$$\Sigma F_x = 0 \quad N_1(x) = 0$$

$$\Sigma F_y = 0 \quad T_1(x) - 4 = 0 \quad T_1(x) = 4t$$

$$\Sigma M = 0 \quad M_1(x) + (4)x = 0 \quad M_1(x) = -4x$$

$$x=0 \text{ için} \quad M_1(x) = 0$$

$$x=7 \text{ için} \quad M_1(x) = -4(7) = -28\text{tm}$$



$$\Sigma F_x=0$$

$$T_2(x)=0$$

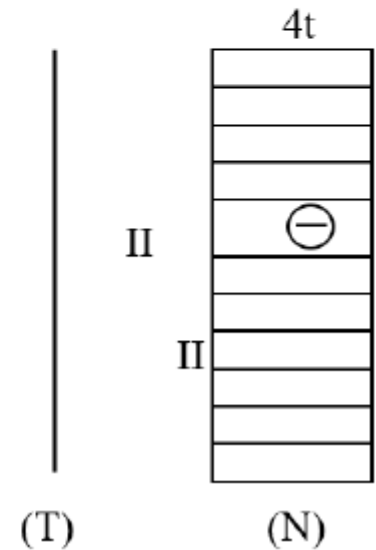
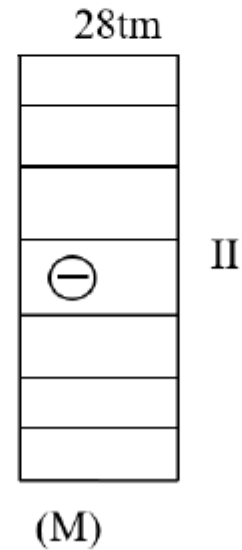
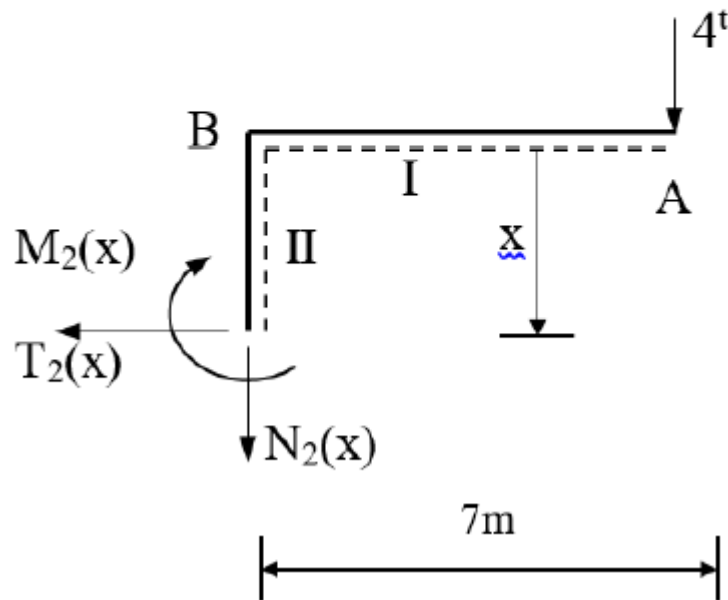
$$\Sigma F_y=0$$

$$N_2(x)=-4t$$

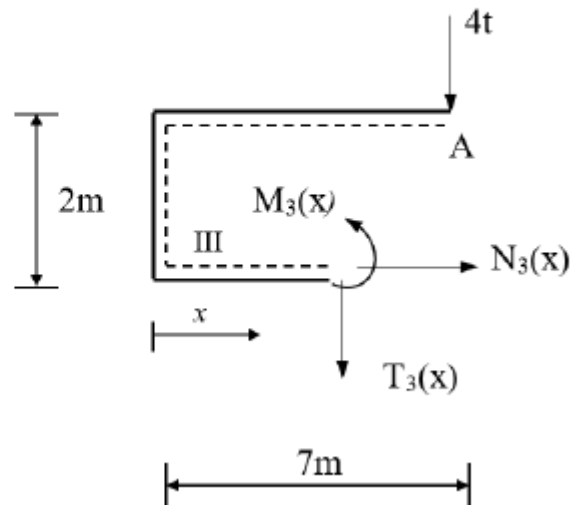
$$\Sigma M=0$$

$$M_2(x)+4(7)=0 \quad M_2(x)=-28t$$

**II bölgesi**  $0 \leq x \leq 2m$



III bölgesi  $0 \leq x \leq 3\text{m}$



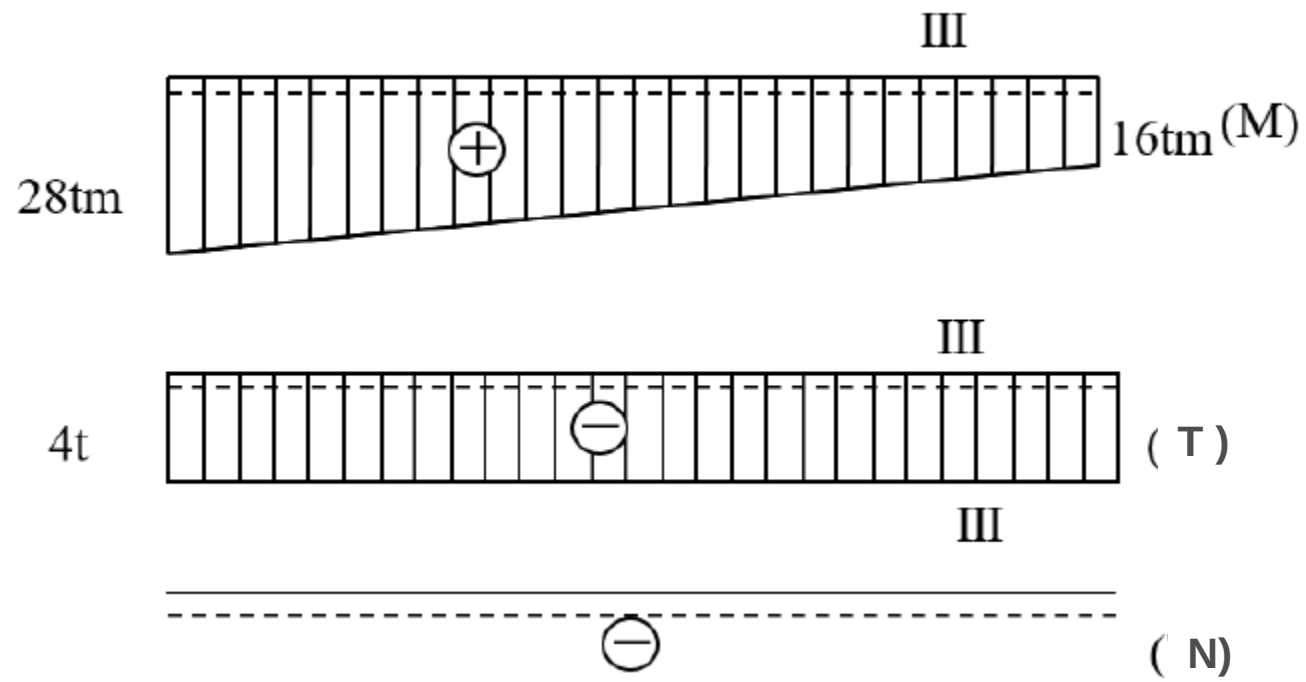
$$\Sigma F_x = 0 \quad N_3(x) = 0$$

$$\Sigma F_y = 0 \quad T_3(x) = -4t$$

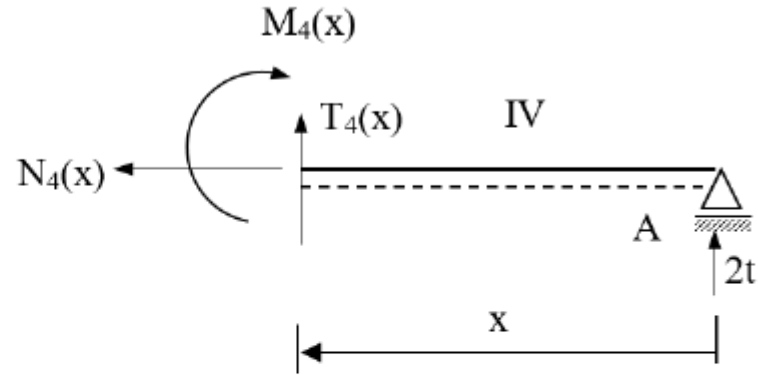
$$\Sigma M = 0 \quad M_3(x) - 4(7-x) = 0$$

$$M_3(x) = 28 - 4x \quad x=0 \quad M = 28 \text{ tm}$$

$$x=3 \text{ m} \quad M = 16 \text{ tm}$$



**IV bölgesi**  $0 \leq x \leq 8\text{m}$

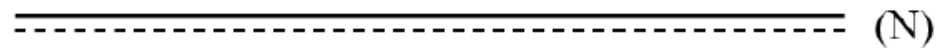
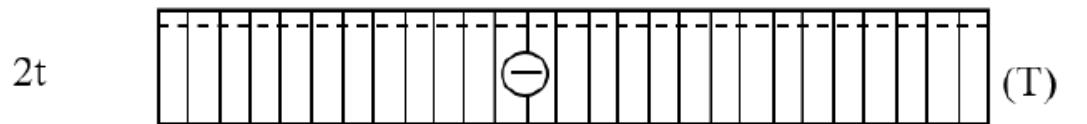
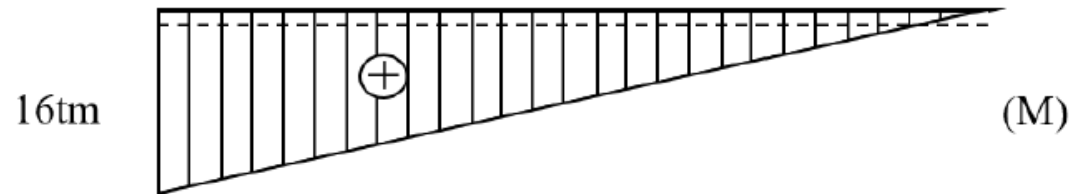


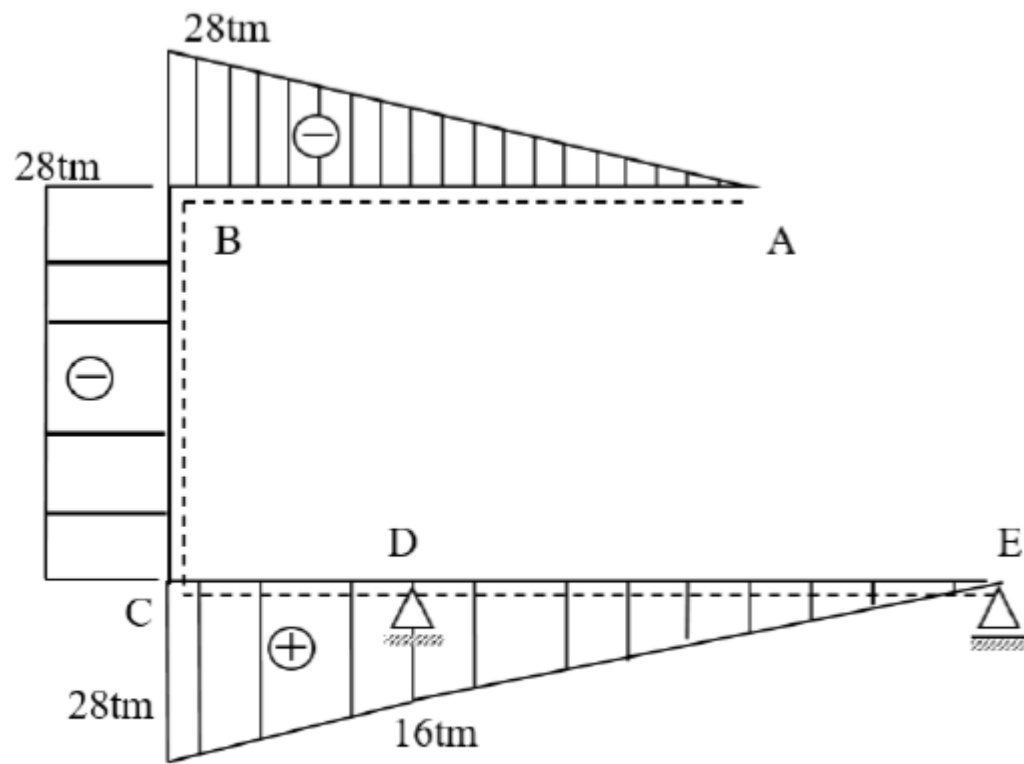
$$\Sigma F_x = 0 \quad N_4(x) = 0$$

$$\Sigma F_y = 0 \quad T_4(x) = -2t$$

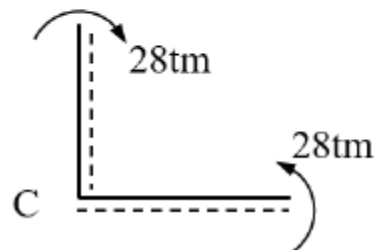
$$\Sigma M = 0 \quad M_4(x) - 2(x) = 0 \quad M_4(x) = 2x$$

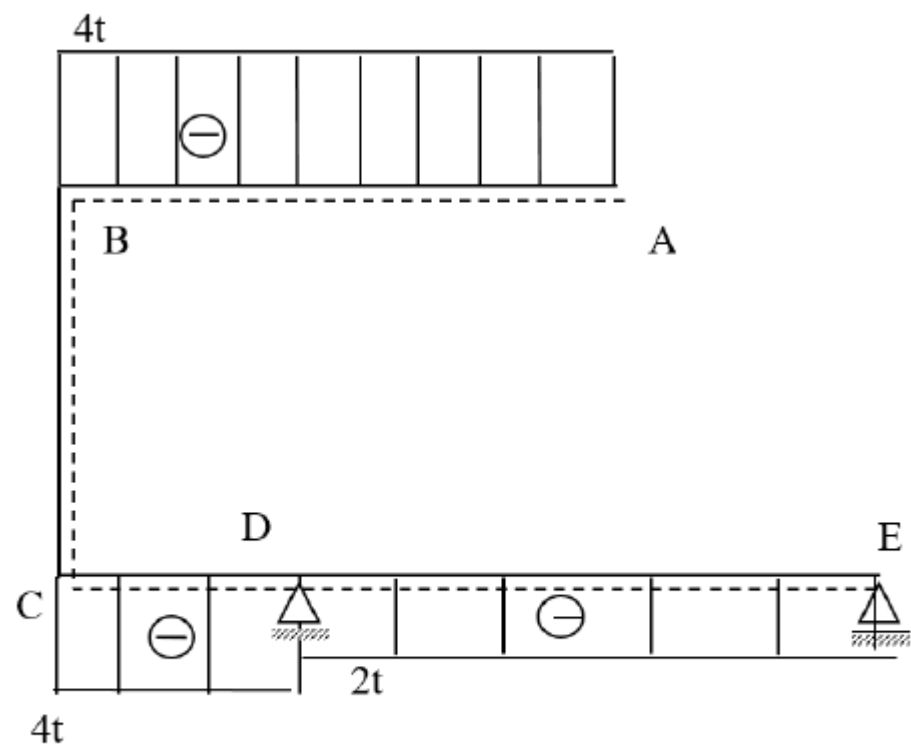
$$M_4(x=0) = 0 \quad M_4(x=8) = 16 \text{ tm}$$



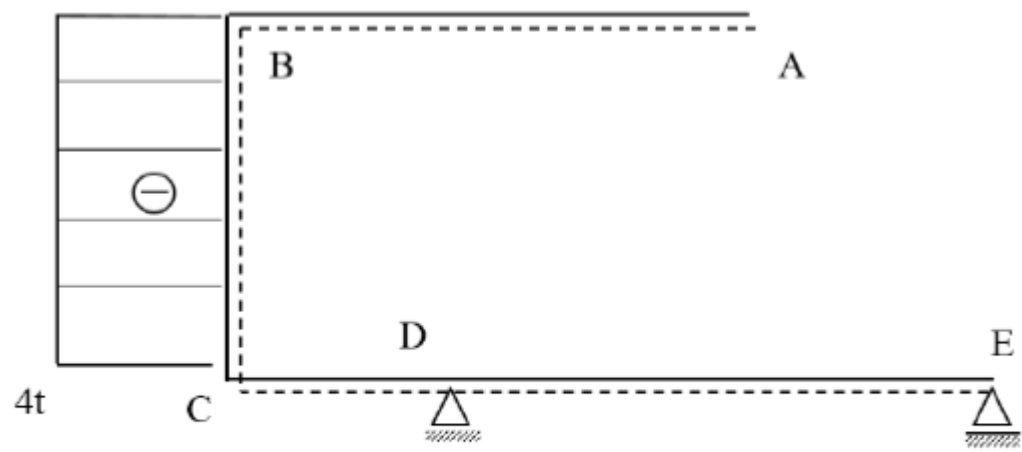


**Denge Şartı:** Diyagramlar çizildikten sonra düğüm noktalarında moment denge şartı kontrol edilmelidir. Örneğin C noktasında  $\Sigma M_C = 0$  denge şartı sağlanmıştır.



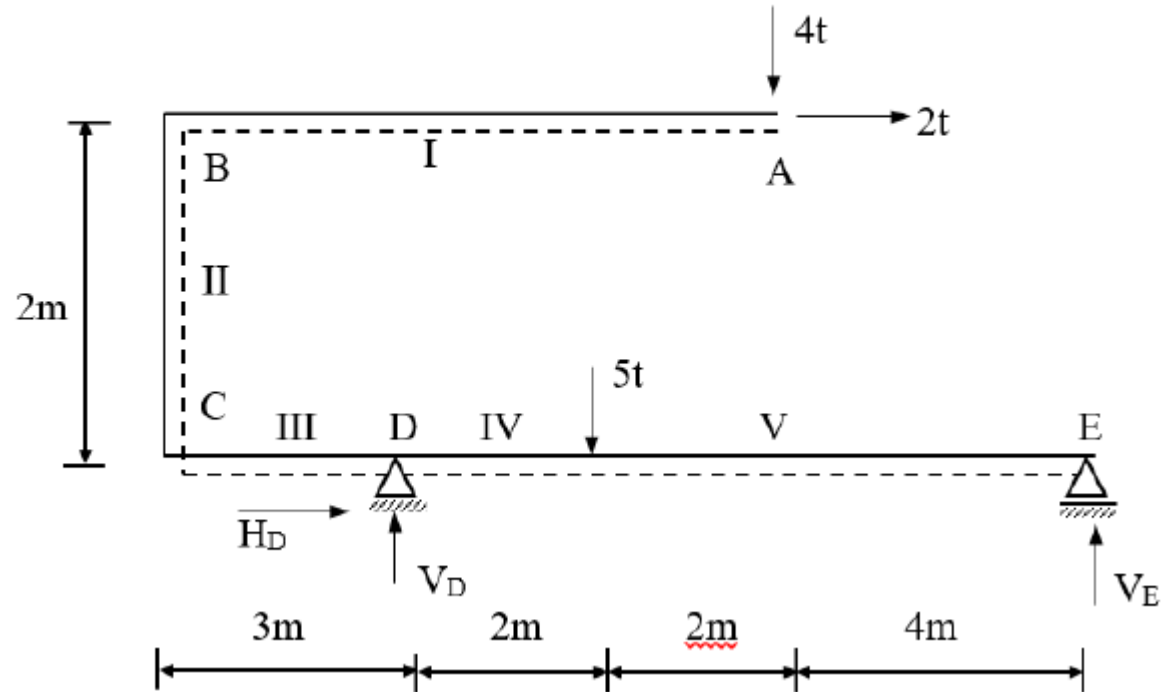


(T)



(N)

Şekildeki sistemin M, N, T diyagramlarını çiziniz.

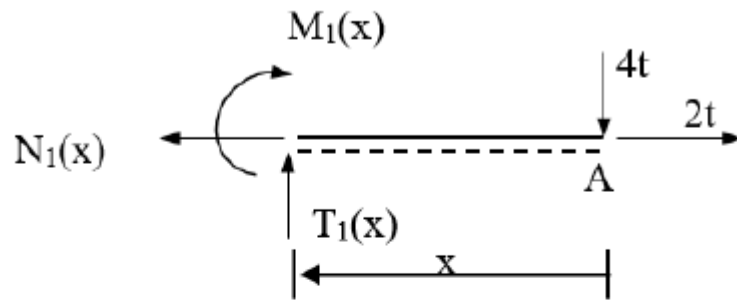


$$\Sigma F_x=0 \quad H_D+2=0 \quad \Rightarrow \quad H_D=-2t$$

$$\Sigma M_D=0 \quad 5.2+4.4+2.2-8.V_E=0 \quad \Rightarrow \quad V_E=3.75t$$

$$\Sigma F_y = 0 \quad V_D + V_E - 5 - 4 = 0 \Rightarrow V_D + 3.75 - 9 = 0 \Rightarrow V_D = 5.25 \text{ t}$$

I bölgesi  $0 \leq x \leq 7\text{m}$



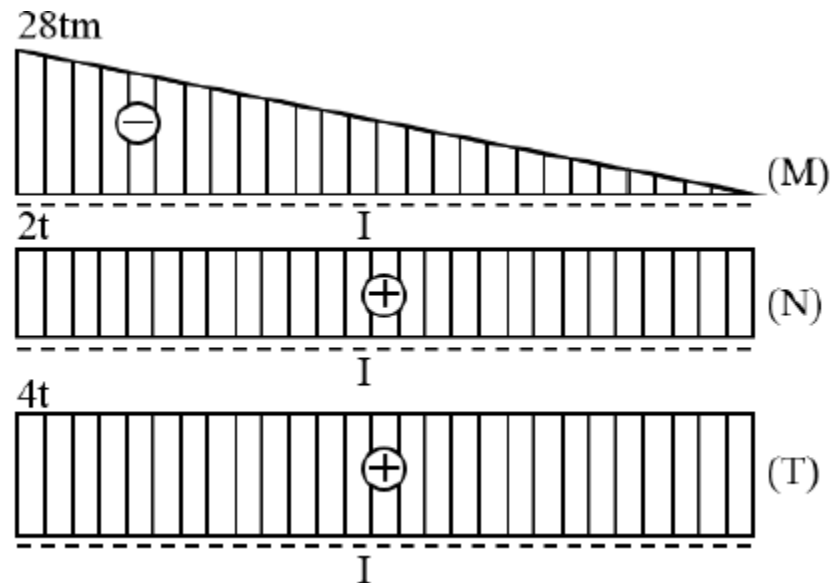
$$\Sigma F_x = 0 \quad -N_1(x) + 2t = 0 \quad N_1(x) = 2t$$

$$\Sigma F_y = 0 \quad T_1(x) - 4t = 0 \quad T_1(x) = 4t$$

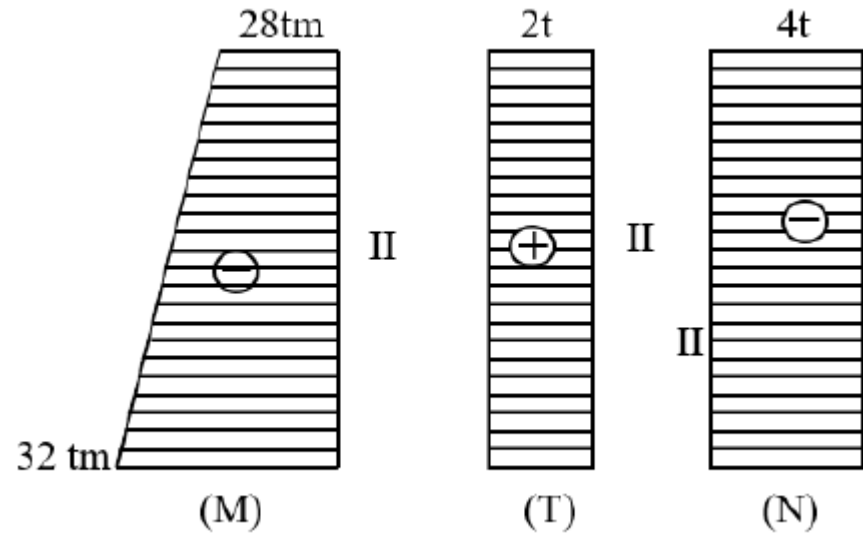
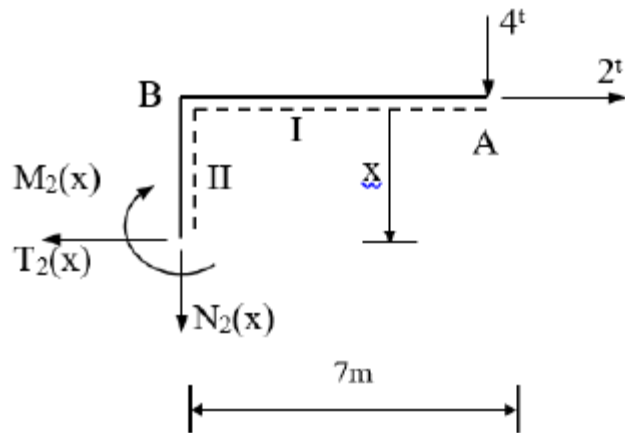
$$\Sigma M = 0 \quad M_1(x) + (4t)x = 0 \quad M_1(x) = -4tx$$

$$x=0 \text{ için} \quad M_1(x) = 0$$

$$x=7 \text{ için} \quad M_1(x) = -4(7) = -28t$$

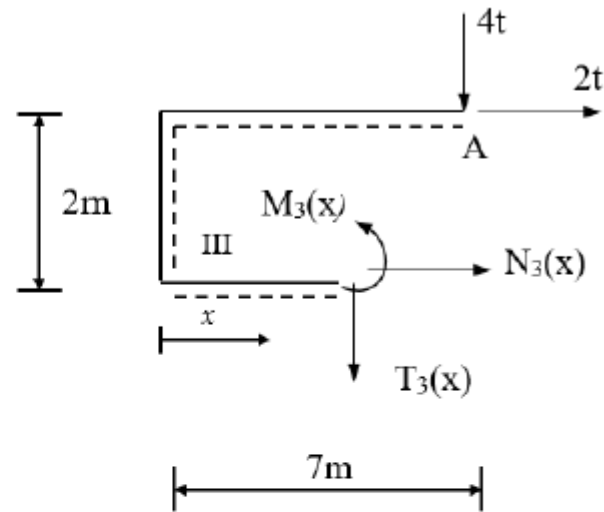


**II bölgesi**  $0 \leq x \leq 2\text{m}$



$$\begin{aligned}\Sigma F_x &= 0 & T_2(x) &= 2t \\ \Sigma F_y &= 0 & N_2(x) &= -4t \\ \Sigma M &= 0 & M_2(x) + 4(7) + 2(x) &= 0 & M_2(x) &= -28 - 2x \\ & & M_2(x=0) &= -28\text{tm}, & M_2(x=2) &= -32\text{tm}\end{aligned}$$

III bölgesi  $0 \leq x \leq 3\text{m}$



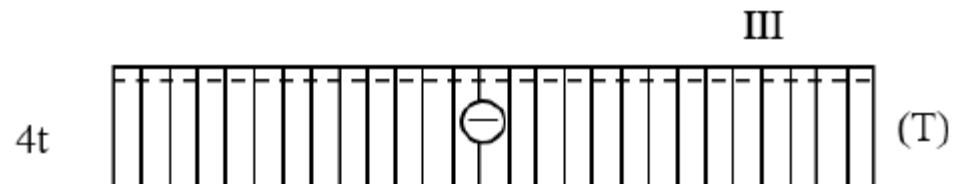
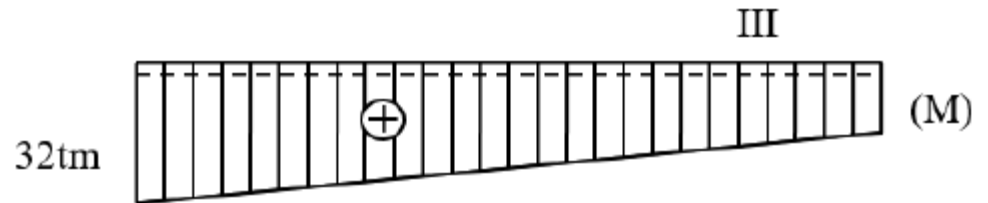
$$\Sigma F_x = 0 \quad N_3(x) = -2t$$

$$\Sigma F_y = 0 \quad T_3(x) = -4t$$

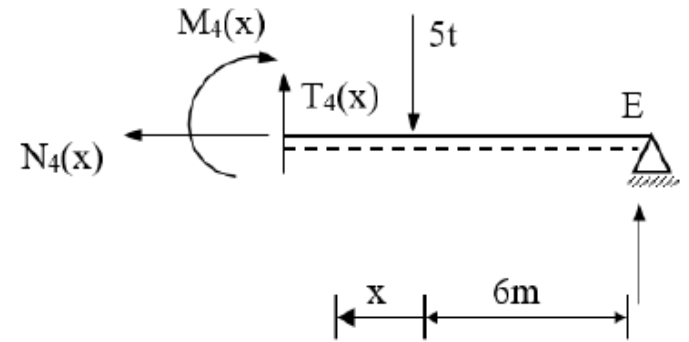
$$\Sigma M = 0 \quad M_3(x) - 4(7-x) - 2(2) = 0$$

$$M_3(x) = 32 - 4x \quad x=0 \quad M = 32 \text{ tm}$$

$$x=3 \text{ m} \quad M = 20 \text{ tm}$$



IV.bölge  $0 \leq x \leq 2\text{m}$



$$\Sigma F_x = 0 \quad N_4(x) = 0$$

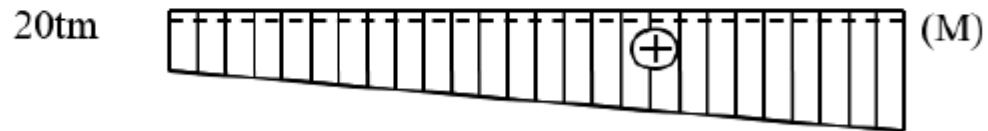
$$\Sigma F_y = 0 \quad T_4(x) = 5 - 3.75 = 1.25t$$

$$\Sigma M = 0 \quad M_4(x) + 5(x) - 3.75(6+x) = 0$$

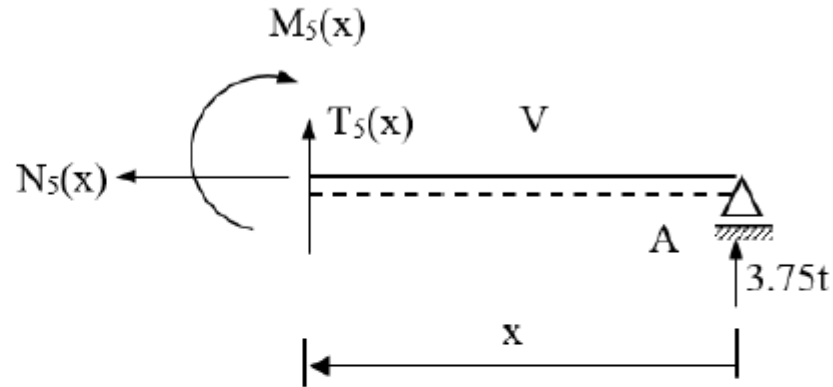
$$M_4(x) = -1.25(x) + 22.5$$

$$x=0 \text{ için } M_4(x=0) = 22.5 \text{ tm}$$

$$x=2 \text{ için } M_4(x=2) = 20 \text{ tm}$$



**V bölgesi**  $0 \leq x \leq 6\text{m}$

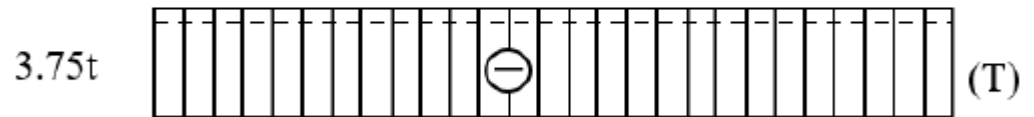
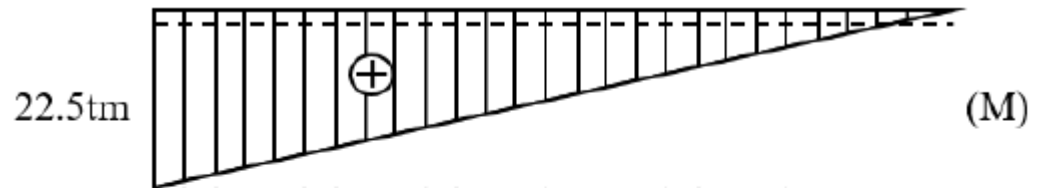


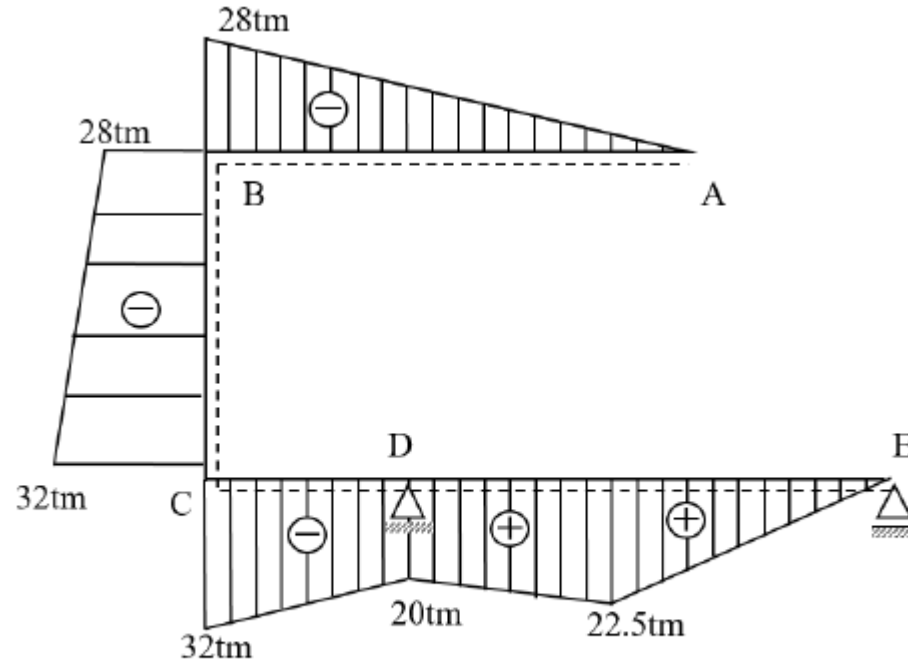
$$\Sigma F_x = 0 \quad N_5(x) = 0$$

$$\Sigma F_y = 0 \quad T_5(x) = -3.75t$$

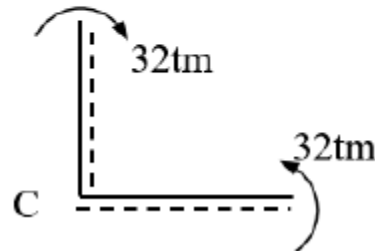
$$\Sigma M = 0 \quad M_5(x) - 3.75(x) = 0 \quad M_5(x) = 3.75x$$

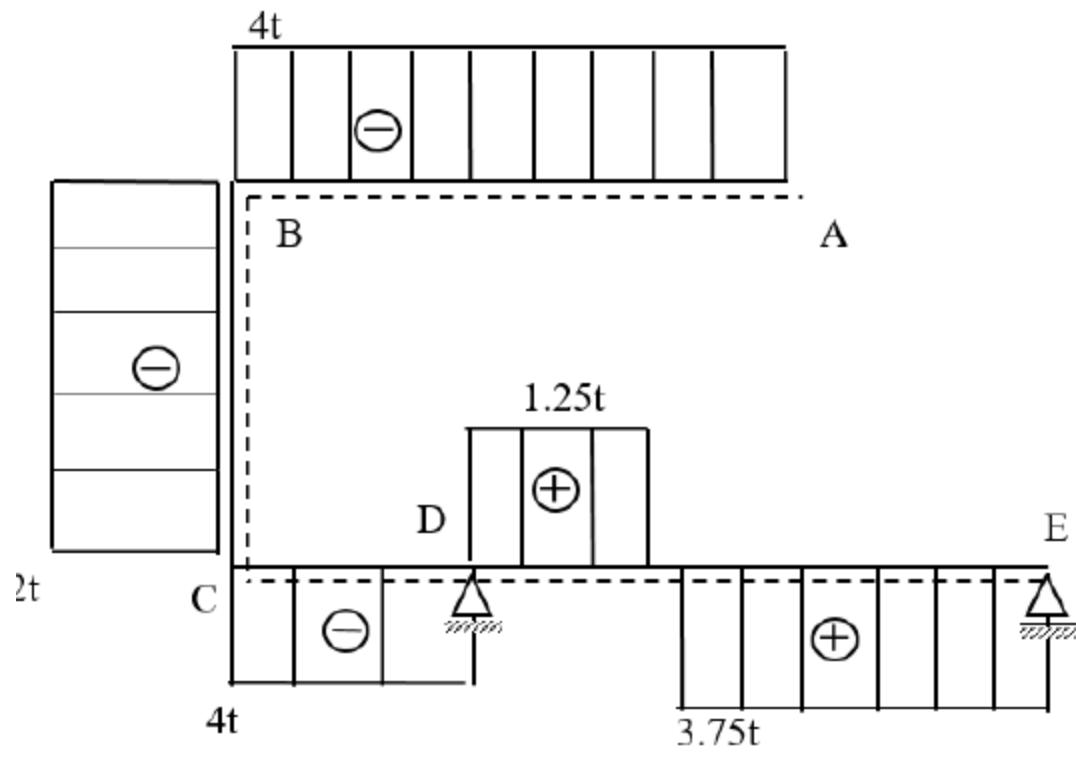
$$M_5(x=0) = 0 \quad M_5(x=6) = 22.50 \text{ tm}$$



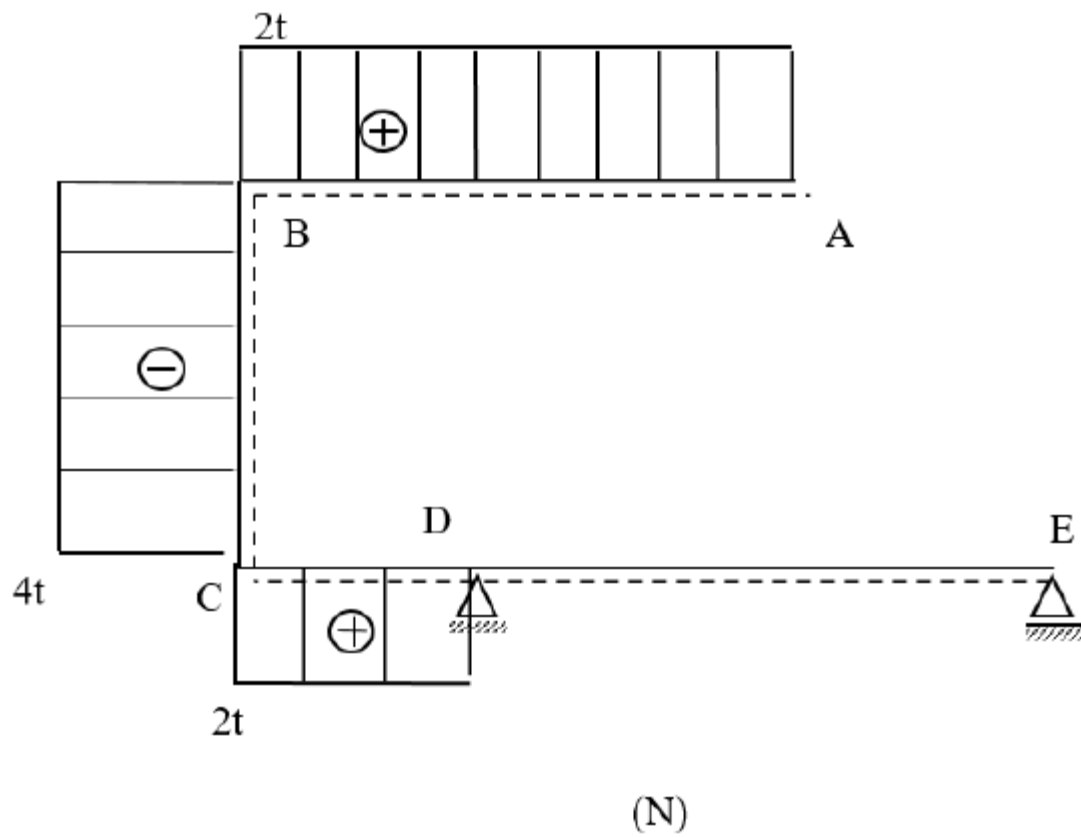


**Denge Şartı:** Diyagramlar çizildikten sonra düğüm noktalarında moment denge şartı kontrol edilmelidir. Örneğin C noktasında  $\Sigma M_C = 0$  denge şartı sağlanmıştır.

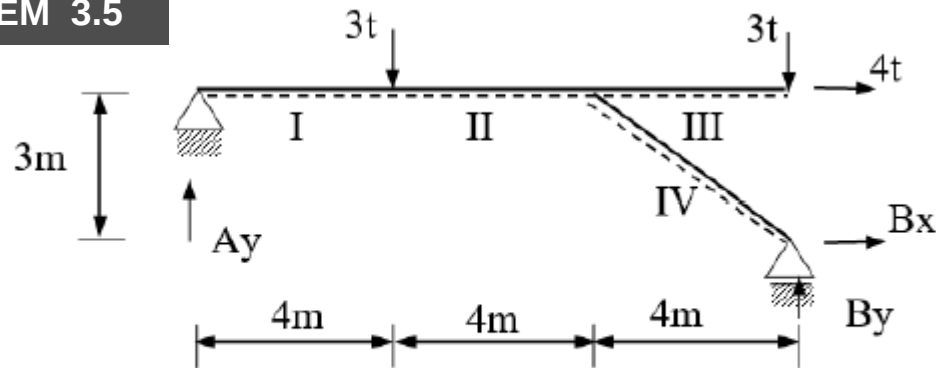




(T)



# **PROBLEM 3.5**



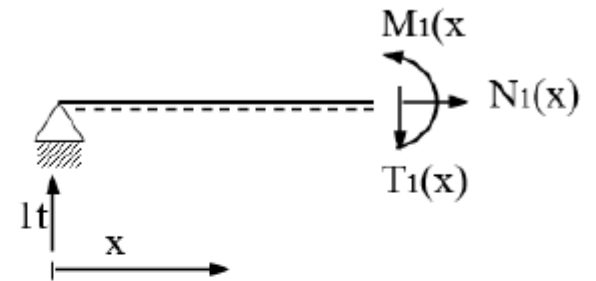
Şekildeki sistemin M, N, T diyagramlarının çiziniz.

I bölgesi  $0 \leq x \leq 4m$

$$\sum F_x = 0 \quad B_x - 4 = 0 \Rightarrow B_x = 4t$$

$$\sum F_y = 0 \quad A_y + B_y - 3 - 3 = 0 \Rightarrow A_y + B_y = 6t$$

$$\sum M_B = 0 \quad A_y \cdot 12 - 3 \cdot 8 + 4 \cdot 3 = 0 \Rightarrow A_y = 1t \quad B_y = 5t$$



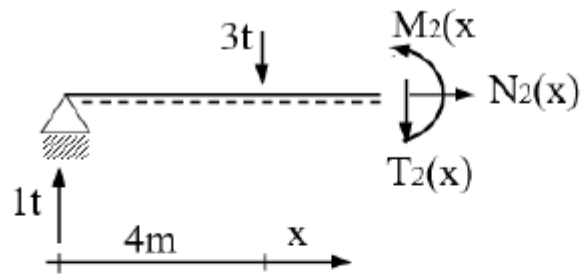
$$\sum F_x = 0 \Rightarrow N_1(x) = 0$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow -T_1(x) + 1 = 0 \Rightarrow T_1(x) = 1$$

$$\sum M = 0 \Rightarrow M_1(x) - 1 \cdot x = 0 \Rightarrow M_1(x) = x$$

$$M_1(0) = 0 \quad M_1(4) = 4 \text{ tm}$$

II bölge  $0 \leq x \leq 4\text{m}$



$$\Sigma F_x = 0 \quad N_2(x) = 0$$

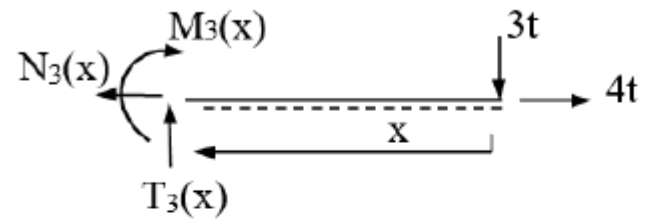
$$\Sigma F_y = 0 \quad 1 - 3 - T_2(x) = 0$$

$$T_2(x) = -2t$$

$$\Sigma M = 0 \quad M_2(x) + 3x - 1(4+x) = 0 \quad M_2(x) = -2x + 4$$

$$M_2(0) = 4\text{tm} \quad M_2(4) = -4\text{tm}$$

III bölge  $0 \leq x \leq 4\text{m}$



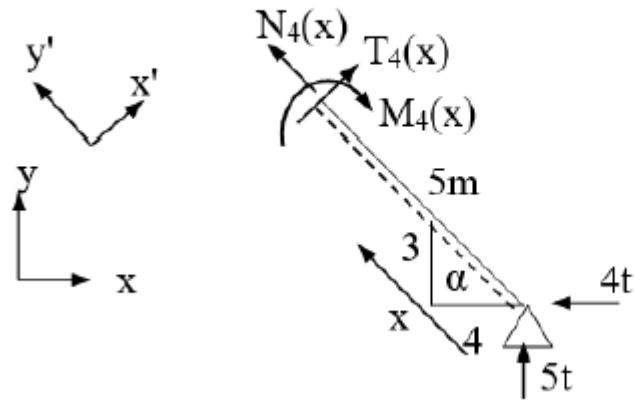
$$\Sigma F_x = 0 \quad N_3(x) = 4t$$

$$\Sigma F_y = 0 \quad T_3(x) = 3t$$

$$\Sigma M = 0 \quad M_3(x) = -3x$$

$$M_3(0) = 0 \quad M_3(4) = -12\text{tm}$$

IV bölge  $0 \leq x \leq 5\text{m}$



$$\cos\alpha = 4/5 = 0.8$$

$$\sin\alpha = 3/5 = 0.6$$

$$\Sigma F_{y'} = 0 \quad N_4(x) + 5 \sin\alpha + 4 \cos\alpha = 0$$

$$N_4(x) = -6,2t$$

$$\Sigma F_{x'} = 0 \quad T_4(x) + 5 \cos\alpha - 4 \sin\alpha = 0$$

$$T_4(x) = -1,6t$$

$$\Sigma M = 0 \quad M_4(x) - 5 \cos\alpha x + 4 \sin\alpha x = 0 \quad M_4(x) = 1.6x$$

$$M_4(0) = 0 \quad M_4(5) = 8tm$$

